Задача №1

Расчёт внецентренно сжатого бруса большой жёсткости

Задание

Короткий бетонный стержень сжимается продольной силой F , приложенной в точке B.

<u>Требуется:</u>

1) определить величину расчётной силы F при заданных размерах поперечного сечения бруса и расчётных сопротивлениях материала на растяжение R_t и сжатие R_c , при коэффициенте условий работы g_c =1;

2) вычислить наибольшие растягивающие и сжимающие напряжения;

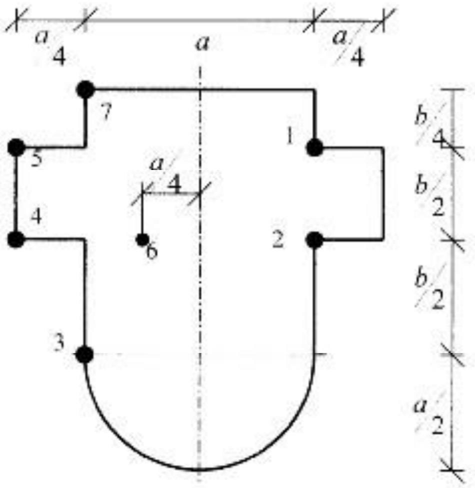
3) построить ядро сечения.

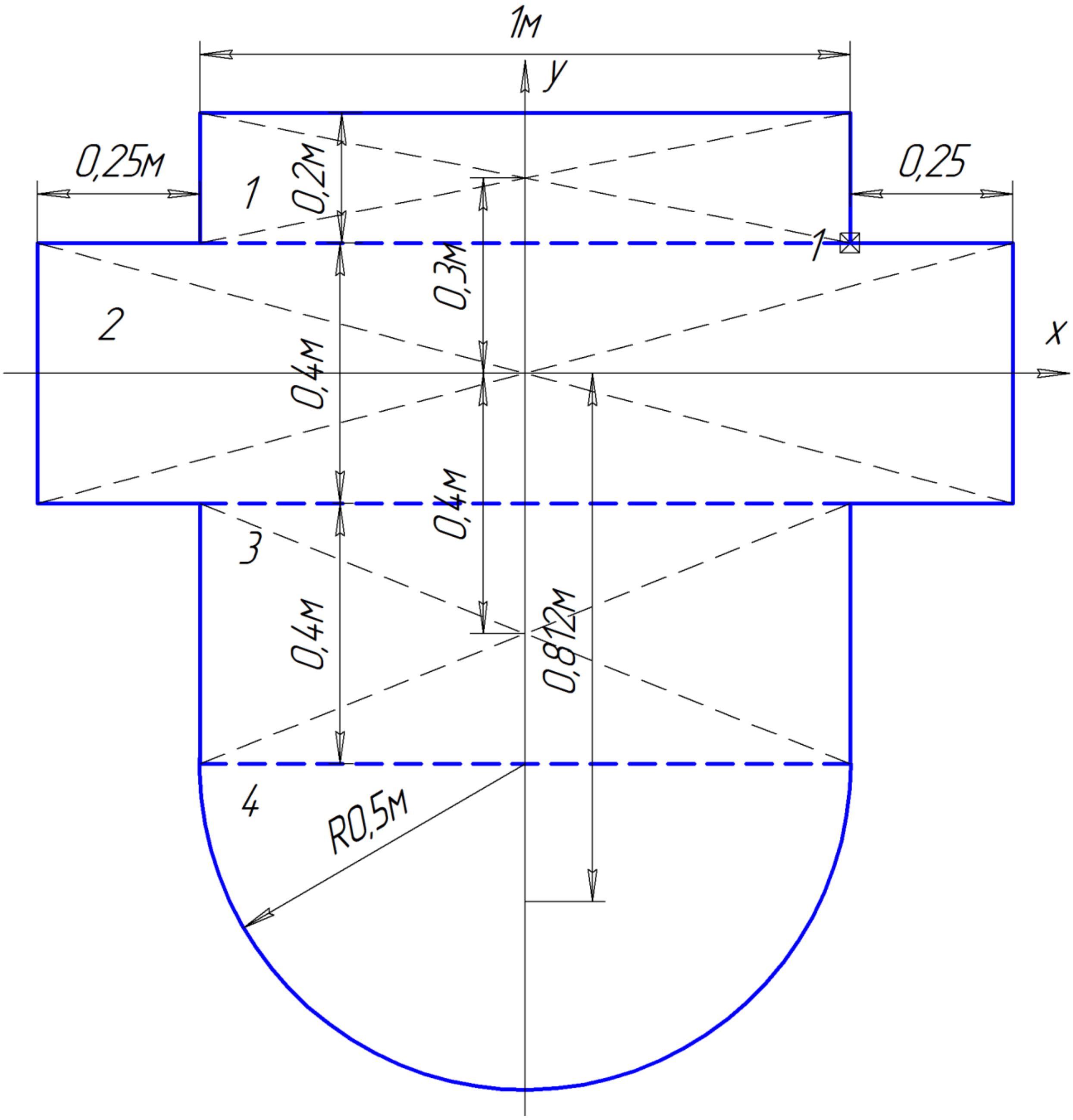
Поперечное сечение и ядро сечения вычертить в масштабе.

№ варианта	**а (м)**	**в (м)**	**Точка приложения силы**	**l (м)**
1	**1,0**	**0,8**	**1**	**5**

Для всех вариантов: $\gamma = 24 \frac{кН}{м^3}$ **;** R_t=1МПа **;** $R_c = 10 МПа$.

3





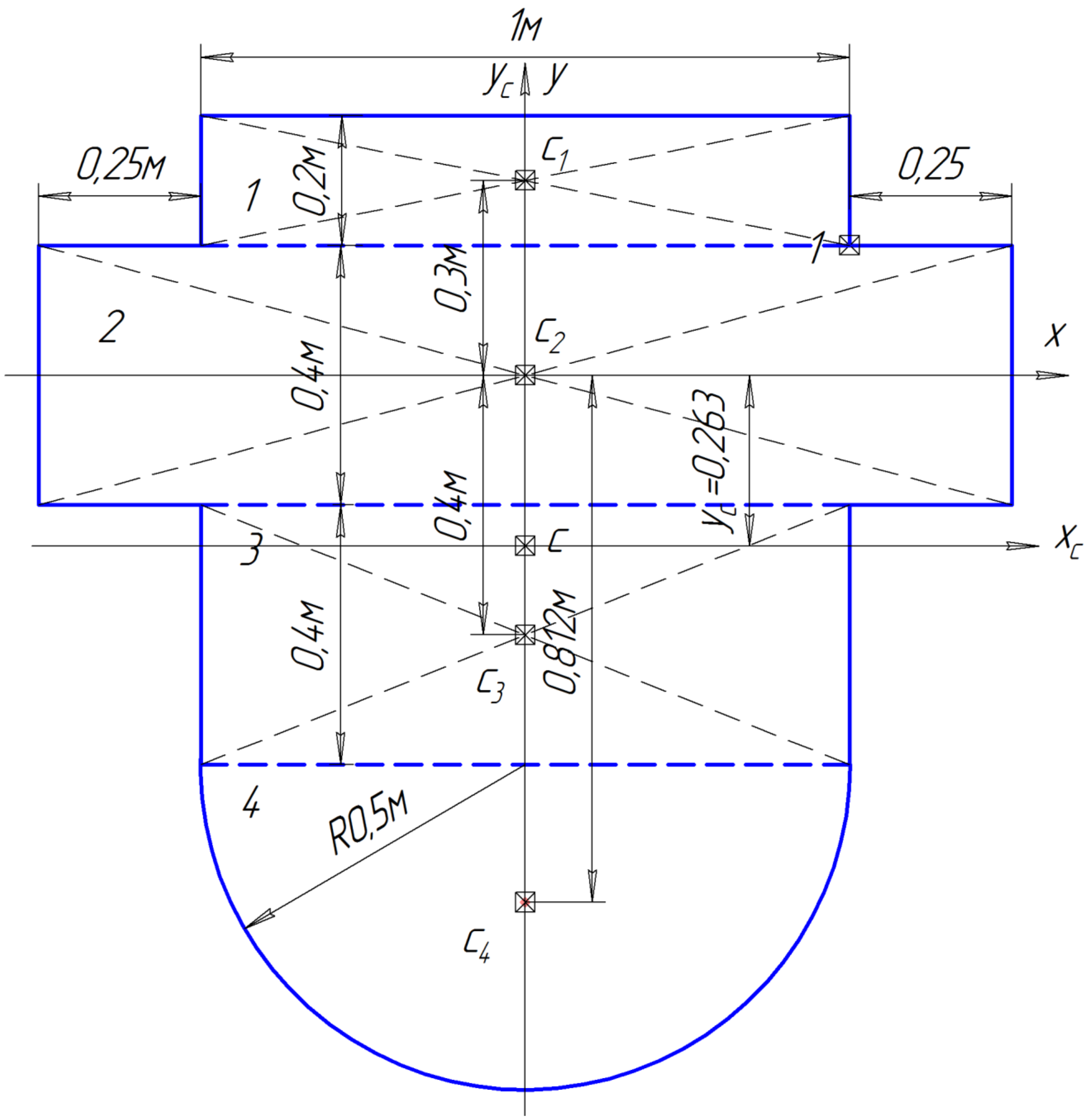
Так как сечение симметрично, то $x_c = 0$. Разделим сечение на простые фигуры.

$$y_c = \frac{A_1 \cdot y_1 - A_3 \cdot y_3 - A_4 \cdot y_4}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4} = \frac{1 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}3 - 1{,}0 \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}4 - \frac{\pi \cdot 0{,}5^2}{2} \cdot 0{,}812}{1 \cdot 0{,}2 + 1{,}5 \cdot 0{,}4 + 1{,}0 \cdot 0{,}4 + \frac{\pi \cdot 0{,}5^2}{2}}$$

$$= \frac{0{,}06 - 0{,}16 - 0{,}319}{0{,}2 + 0{,}6 + 0{,}4 + 0{,}393} = \frac{-0{,}419}{1{,}593} = -0{,}263\text{м}$$

$$I_{yc} = \frac{0{,}2 \cdot 1^3}{12} + \frac{0{,}4 \cdot 1{,}5^3}{12} + \frac{0{,}4 \cdot 1{,}0^3}{12} + \frac{\pi \cdot 0{,}5^4}{128} = \frac{1{,}95}{12} + \frac{\pi \cdot 0{,}5^4}{128} = 0{,}164\text{м}^4$$

$$I_{xc}=\frac{1\cdot 0{,}2^3}{12}+1\cdot 0{,}2\cdot(0{,}3+0{,}263)^2+\frac{1{,}5\cdot 0{,}4^3}{12}+0{,}4\cdot 1{,}5\cdot(0{,}263)^2$$
$$+\frac{1{,}0\cdot 0{,}4^3}{12}+1\cdot 0{,}4\cdot(0{,}4-0{,}263)^2+0{,}11\cdot 0{,}5^4+\frac{\pi\cdot 0{,}5^2}{2}$$
$$\cdot(0{,}812-0{,}263)^2$$
$$=0{,}014+0{,}063+0{,}042+0{,}0075+0{,}007+0{,}118=0{,}252\text{м}^4$$



Определение расчётного значения силы F .

Решение начнём с определения положения нейтральной линии $H-H$.

Находим координаты точки B приложения силы F в системе главных центральных осей x,y с учётом знаков:

$$x_F = 0{,}5\text{м}$$

$$y_F = 0{,}2 - (-y_c) = 0{,}2 + 0{,}263 = 0{,}463\text{м}$$

Изгибающий момент

$$\text{М}_x = F \cdot y_F = F \cdot 0{,}463$$

$$\text{М}_y = F \cdot x_F = F \cdot 0{,}5$$

Находим отрезки, отсекаемые на осях *x*, *y* нейтральной линией:

$$[a_x] = \left[\frac{[F] \cdot I_{yc}}{A \cdot \text{М}_y}\right] = \left[\frac{F \cdot 0{,}164}{1{,}593 \cdot F \cdot 0{,}5}\right] = 0{,}206\text{м}$$

$$[a_y] = \left[\frac{[F] \cdot I_{xc}}{A \cdot \text{М}_x}\right] = \left[\frac{F \cdot 0{,}262}{1{,}593 \cdot F \cdot 0{,}463}\right] = 0{,}355\text{м}$$

Проводим в сечении нейтральную линию $H - H$. Проводя касательные к сечению, параллельные нейтральной линии, находим наиболее удалённые, а значит, и наиболее напряженные точки B и D . В точке B будут возникать наибольшие сжимающие, а в точке D - наибольшие растягивающие напряжения. Из геометрических построений найдём координаты точек B и D с учётом знаков:

$$x_B = 0{,}75$$

$$y_B = 0{,}463$$

$$x_D = 0{,}433$$

$$y_D = -0{,}596$$

$$\sigma \quad = -\frac{F + 24 \cdot l \cdot A}{A} \pm \frac{\text{М}_x}{I_{xc}} \cdot y \pm \frac{\text{М}_y}{I_{yc}} \cdot x$$

$$= -24 \cdot l - F \cdot \left(\frac{1}{1{,}593} \pm \frac{0{,}463}{0{,}252} \cdot y \pm \frac{0{,}5}{0{,}164} \cdot x\right)$$

$$= -120 - F \cdot (0{,}628 \pm 1{,}837 \cdot y \pm 3{,}049 \cdot x)$$

$$\sigma_{max} = -120 + F \cdot (-0{,}628 + 1{,}767 \cdot 0{,}589 + 3{,}049 \cdot 0{,}433)$$

$$= -120 + F \cdot (-0{,}628 + 1{,}041 + 1{,}320) = -120 + F \cdot 1{,}733$$

$$\sigma_{min} = -120 + F \cdot (-0{,}628 - 1{,}837 \cdot (0{,}2 + 0{,}4 + 0{,}263) - 3{,}049 \cdot 0{,}5)$$

$$= -120 - F \cdot 3{,}677$$

Условие прочности

$$\sigma_{max} = -120 + F \cdot 1{,}733 \leq R_t \cdot g_c = 1000$$

$$\sigma_{min} = -120 - F \cdot 3{,}677 \geq R_c \cdot g_c = -10000$$

$$\sigma_{max\prime} = F \cdot 1{,}733 \leq R_t \cdot g_c = 1000 + 120 = 1120$$

$$\sigma_{min} = F \cdot 3{,}677 \leq R_c \cdot g_c = 10000 + 120 = 10120$$

$$[F] = \frac{1120}{1{,}733} = 646\text{кН}$$

$$[F] = \frac{10120}{3{,}677} = 2752\text{кН}$$

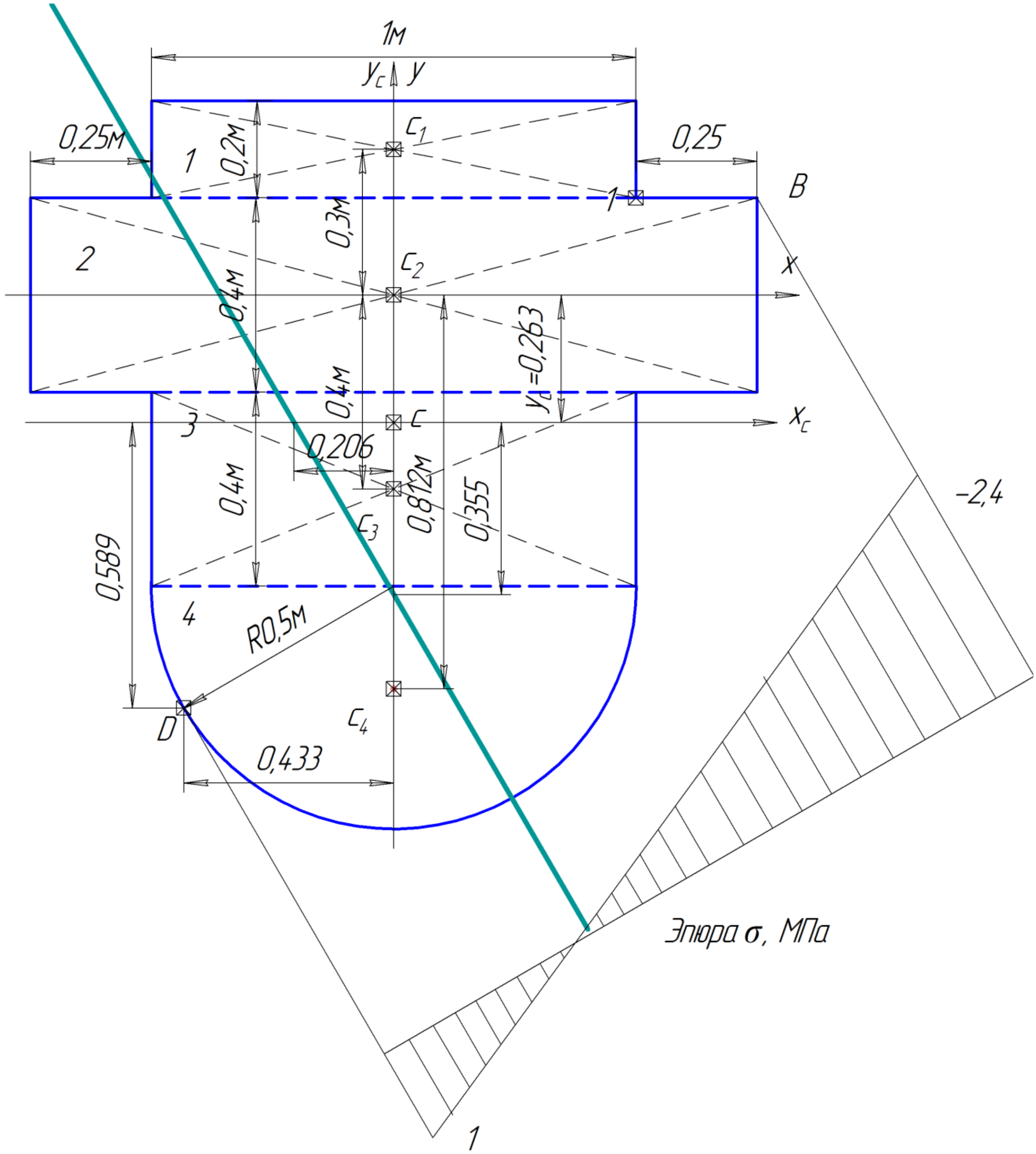
Допускаемое усилие

$$[F] = 646\text{кН}$$

4. *Вычисление наибольших сжимающих и растягивающих напряжений.* Для найденной расчётной силы наибольшие сжимающие и растягивающие напряжения будет равны:

$$\sigma_B = -120 - 646 \cdot (0{,}628 + 1{,}767 \cdot 0{,}463 + 3{,}049 \cdot 0{,}75)$$
$$= -120 - 646 \cdot (0{,}628 + 0{,}818 + 2{,}287) = -2{,}4\text{МПа}$$

$$\sigma_D = -120 - 646 \cdot (0{,}628 - 1{,}767 \cdot 0{,}596 - 3{,}049 \cdot 0{,}433)$$
$$= -120 - 646 \cdot (0{,}628 - 1{,}053 - 1{,}320) = 1{,}0\text{МПа}$$



4. *Построение ядра сечения.*

Уравнение нейтральной линии в общем виде

$$0 = -\frac{F + 24 \cdot l \cdot A}{A} \pm \frac{F \cdot y_F}{I_{xc}} \cdot y \pm \frac{F \cdot x_F}{I_{yc}} \cdot x$$

$$0 = -\frac{F + 24 \cdot l \cdot A}{A} \pm \frac{F \cdot y_F}{{i_{xc}}^2 \cdot A} \cdot y \pm \frac{F \cdot x_F}{{i_{yc}}^2 \cdot A} \cdot x$$

$${i_{xc}}^2 = \frac{I_{xc}}{A} = \frac{0{,}252}{1{,}593} = 0{,}158\text{м}^2$$

$$i_{yc}{}^{2} = \frac{I_{yc}}{A} = \frac{0{,}164}{1{,}593} = 0{,}103\text{м}^2$$

$$0 = -24 \cdot l \cdot \frac{A}{F} - 1 - \frac{y_F}{i_{xc}{}^{2}} \cdot y - \frac{x_F}{i_{yc}{}^{2}} \cdot x$$

$$1{,}3 = -\frac{y_F}{0{,}158} \cdot y - \frac{x_F}{0{,}103} \cdot x$$

В положении НЛ в 1-1

$$1{,}3 = -\frac{y_F}{0{,}158} \cdot 0{,}563$$

$$y_F = -\frac{1{,}3 \cdot 0{,}158}{0{,}663} = -0{,}31\text{м}$$

В положении НЛ в 2-2

$$1{,}3 = -\frac{y_F}{0{,}158} \cdot 1{,}063 - \frac{x_F}{0{,}103} \cdot 0$$

$$y_F = -\frac{1{,}3 \cdot 0{,}158}{1{,}063} = -0{,}193\text{м}$$

$$1{,}3 = -\frac{y_F}{0{,}158} \cdot 0 - \frac{x_F}{0{,}103} \cdot 1{,}3595$$

$$x_F = -\frac{1{,}3 \cdot 0{,}103}{1{,}359} = -0{,}099\text{м}$$

В положении НЛ в 3-3

$$1{,}3 = -\frac{y_F}{0{,}158} \cdot 0 - \frac{x_F}{0{,}103} \cdot 0{,}75$$

$$x_F = -\frac{1{,}3 \cdot 0{,}103}{0{,}75} = -0{,}179\text{м}$$

В положении НЛ в 4-4

$$1{,}3 = \frac{y_F}{0{,}158} \cdot 1{,}4872 - \frac{x_F}{0{,}103} \cdot 0$$

$$y_F = \frac{1{,}3 \cdot 0{,}158}{1{,}4872} = 0{,}138\text{м}$$

$$1{,}3 = -\frac{y_F}{0{,}158} \cdot 0 - \frac{x_F}{0{,}103} \cdot 0{,}7195$$

$$x_F = -\frac{1{,}3 \cdot 0{,}103}{0{,}7195} = -0{,}186\text{м}$$

В положении НЛ в 5-5

$$1{,}3 = \frac{y_F}{0{,}158} \cdot 0{,}9144 - \frac{x_F}{0{,}103} \cdot 0$$

$$y_F = \frac{1{,}3 \cdot 0{,}158}{0{,}9144} = 0{,}225\text{м}$$

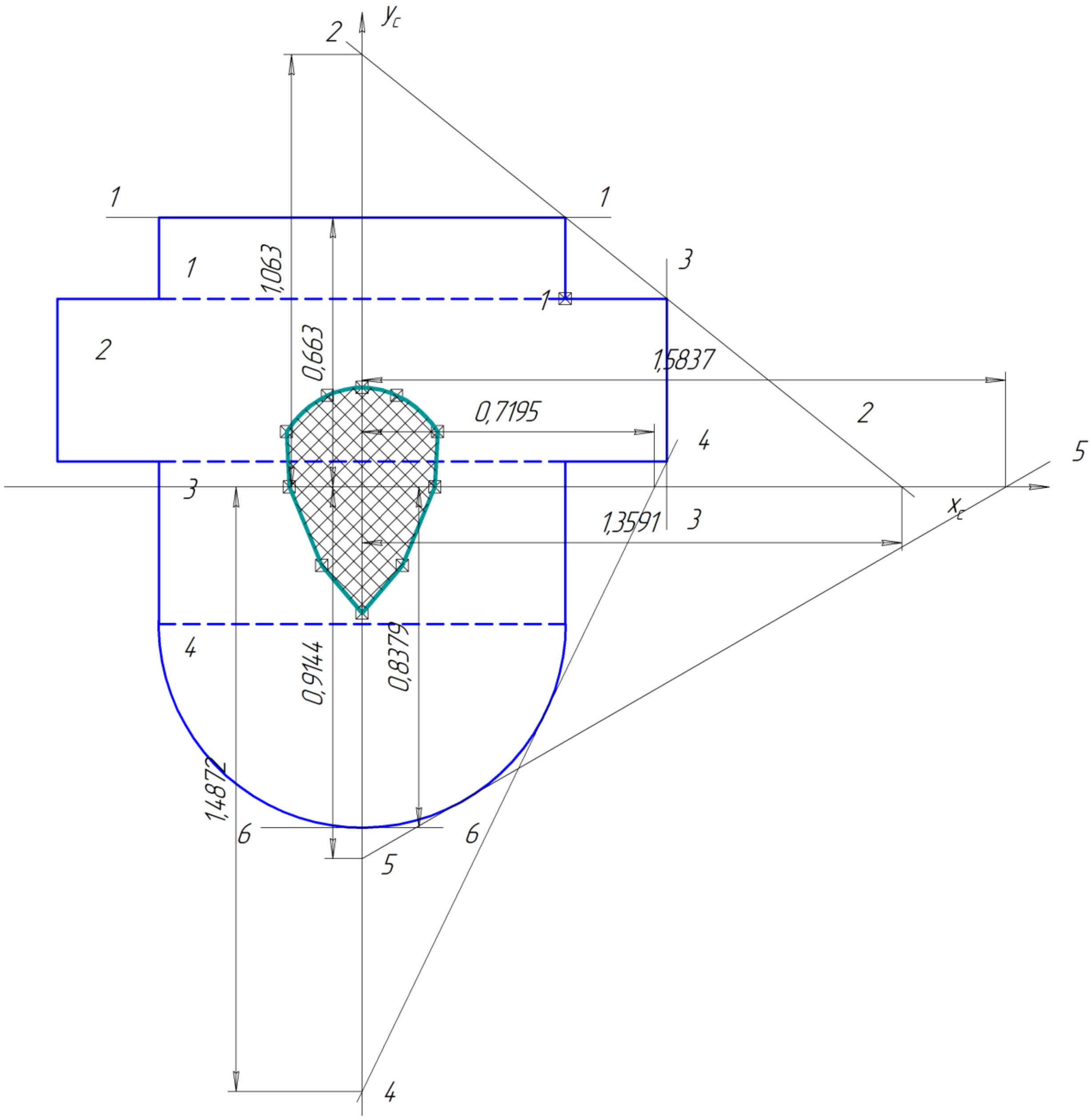
$$1{,}3 = -\frac{y_F}{0{,}158} \cdot 0 - \frac{x_F}{0{,}103} \cdot 1{,}5837$$

$$x_F = -\frac{1{,}3 \cdot 0{,}103}{1{,}5837} = -0{,}085\text{м}$$

В положении НЛ в 6-6

$$1{,}3 = \frac{y_F}{0{,}158} \cdot 0{,}8379$$

$$y_F = \frac{1{,}3 \cdot 0{,}158}{0{,}8379} = 0{,}245\text{м}$$



Задача №2

РАСЧЁТ ЦЕНТРАЛЬНО СЖАТОГО СТАЛЬНОГО СТЕРЖНЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ

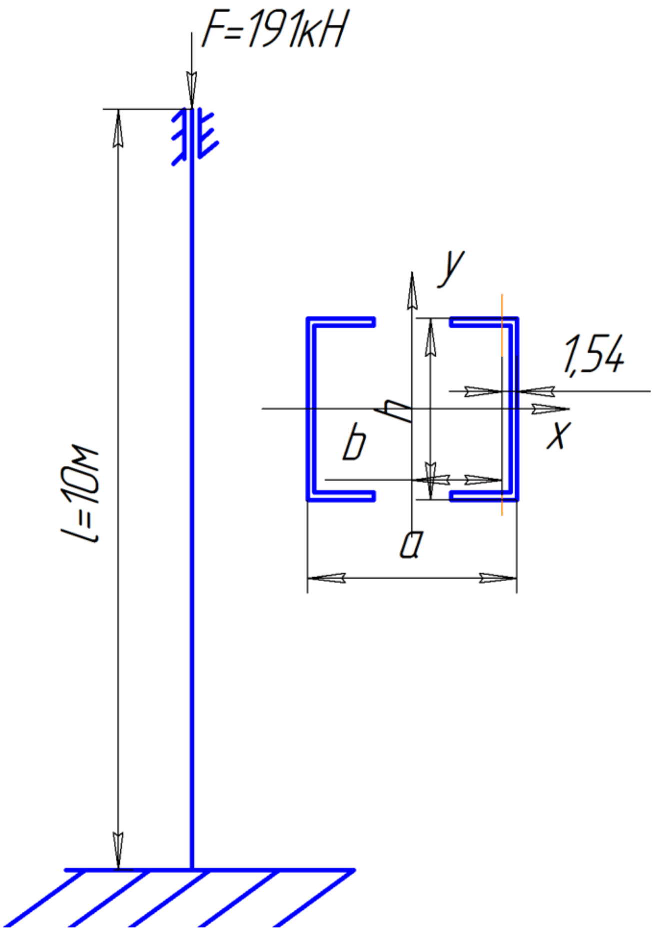
Задание

Стальной стержень с заданной формой поперечного сечения, одинаково закрепленный в обеих главных плоскостях инерции, испытывает осевое сжатие силой F.

Подобрать поперечное сечение так, чтобы была обеспечена примерно равная(в пределах, допустимых сортаментом) устойчивость стержня в обеих главных плоскостях инерции;

для подобранного сечения стержня определить *Fcr* и сравнить это значение с *F*.

При подборе сечения использовать только ГОСТ 8240-89 (двутавры) и ГОСТ 8240-89 (швеллеры) или более поздние.



Решение

Принять R= 160 МПа.

1. *Подбор поперечного сечения*.

Его находим при условии потери устойчивости относительно оси *x*, так как при изменении расстояния "*a*" момент инерции и гибкость стержня относительно неё не меняются. Расчёт ведём методом последовательных приближений.

<u>1-й этап</u>.

Принимаем $\varphi_1 = 0{,}5$. Вычисляем площадь сечения:

$$\mathrm{A}_1 = \frac{F}{0{,}5 \cdot [\sigma]} = \frac{191000}{0{,}5 \cdot 160 \cdot 10^6} = 23{,}875\text{см}^2$$

По прил. 2 принимаем два швеллера № 10 с площадью сечения и радиусом инерции

$$\mathrm{A}_1 = 2 \cdot 10{,}9 = 21{,}8\text{см}^2$$

Вычисляем гибкость:

$$\lambda_1 = \frac{\mu \cdot l}{i_{mac}} = \frac{0{,}5 \cdot 1000}{3{,}99} = 125$$

По табл. 2.1 интерполяцией находим коэффициент продольного изгиба:

$$\varphi_1 = 0{,}5 \cdot (0{,}419 + 0{,}364) = 0{,}3915$$

Напряжение

$$\sigma_1 = \frac{F}{\varphi_1 \cdot A} = \frac{191000}{0{,}3915 \cdot 21{,}8 \cdot 10^{-4}} = 224\text{МПа}$$

Получаем перегруз

$$\frac{224 - 160}{160} \cdot 100\% = 40\%$$

Площадь поперечного сечения слишком мала. Выполняем второе приближение.

<u>2-й этап</u>.

Принимаем следующий по сортаменту два швеллера № 12 с площадью сечения и радиусом инерции

$$\mathrm{A}_2 = 2 \cdot 13{,}3 = 26{,}6\text{см}^2$$

Вычисляем гибкость:

$$\lambda_1 = \frac{\mu \cdot l}{i_{mac}} = \frac{0{,}5 \cdot 1000}{4{,}78} = 105 < 110$$

По табл. 2.1 интерполяцией находим коэффициент продольного изгиба:

$$\varphi_2 = 0{,}5 \cdot (0{,}542 + 0{,}478) = 0{,}51$$

Напряжение

$$\sigma_1 = \frac{F}{\varphi_2 \cdot A} = \frac{191000}{0{,}51 \cdot 26{,}6 \cdot 10^{-4}} = 141\text{МПа}$$

Получаем недогруз

$$\frac{160 - 141}{160} \cdot 100\% = 12\%$$

2. *Определение расстояние "a"*. Его находим из условия равноустойчивости $I_x = I_y$. С учётом параллельного переноса осей по формуле имеем:

$$2 \cdot I_x = 2 \cdot I_y + 2 \cdot A \cdot \left(\frac{a}{2} - 1{,}54\right)^2$$

$$2 \cdot 304 = 2 \cdot 31{,}2 + 2 \cdot 13{,}3 \cdot \left(\frac{a}{2} - 1{,}54\right)^2$$

$$\left(\frac{a}{2} - 1{,}54\right) = \sqrt{\frac{304 - 31{,}2}{13{,}3}} = 4{,}53$$

$$\frac{a}{2} = 6{,}07$$

$$a = 12{,}14\text{см}$$

Принимаем

$$a = 12\text{см}$$