

Российская Академия Естествознания
Издательский дом Академии Естествознания

В.П. Романов, Н.А. Ширяева

**ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКАЯ
МОДЕЛЬ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ**

Москва
2025

УДК 378
ББК 88:74.58
Р69

Рецензенты

А.Д. Нахман – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики, ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет»;

А.В. Дорофеев – доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор кафедры высшей математики ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский горный университет императрицы Екатерины II».

Романов В.П., Ширяева Н.А.
Р69 Вероятностно-статистическая модель обучающегося. – М.: Академия Естествознания, 2025. – 116 с.
ISBN 978-5-6053407-2-0
DOI 10.17513/np.619

В монографии излагаются основы вероятностно-статистической модели обучающегося, в соответствии с которой обучающийся идентифицируется функцией распределения (плотностью вероятности), движущейся в информационном пространстве по мере получения знаний обучающимся. Функция распределения является решением уравнения непрерывности относительно плотности вероятности. Анализ теоретических и экспериментальных функций распределения и использование вероятностно-статистического шкалирования позволяют проводить оценку полноты знаний обучающихся и предлагать рекомендации по улучшению условий индивидуализации процесса обучения.

Предназначена для научных работников, педагогов, психологов, аспирантов, студентов и всех интересующихся педагогикой, психологией, психологической педагогикой и другими смежными дисциплинами.

ISBN 978-5-6053407-2-0

© В.П. Романов, Н.А. Ширяева, 2025
© ИД «Академия Естествознания»
© АНО «Академия Естествознания»

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА 1. ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ.....	10
1.1. Массовый вероятностно-статистический метод	10
1.2. Индивидуальный вероятностно-статистический метод	12
1.3. Выводы.....	17
ГЛАВА 2. МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ В ПЕДАГОГИКЕ.....	18
2.1. Методология педагогических исследований.....	18
2.2. Психолого-педагогический подход к оценке знаний обучающихся	20
2.3. Классическое шкалирование	25
2.4. Вероятностно-статистическое шкалирование	26
2.5. Выводы.....	29
ГЛАВА 3. ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ ВЕРОЯТНОСТНО- СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ	30
3.1. Применение вероятностно-статистического шкалирования для оценки полноты знаний.....	30
3.2. Эволюция экспериментальных функций распределения	37
3.3. Особенности поведения математических ожиданий индивидуальных функций распределения	42
3.4. Взаимодействие студенческой и профессорско- преподавательской подсистем	46
3.5. Выводы.....	47
ГЛАВА 4. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОВЕДЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ПОЛУЧЕНИЯ ЗНАНИЙ	48
4.1. Математическая модель обучающегося.....	48
4.2. Временязависимые функции распределения.....	51
4.3. Стационарные функции распределения.....	56
4.4. Сравнительный анализ поведения человека в процессе деятельности и квантового объекта	58
4.5. Предложения по оптимизации структуры системы высшего образования.....	62
4.6. Выводы.....	73

ГЛАВА 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ.....	75
5.1. Модельные функции распределения.....	75
5.2. Влияние погрешности измерения знаний обучающихся на модельные функции распределения	84
5.3. Оценка вероятности усвоения обучающимся материала учебной дисциплины.....	88
5.4. Сравнительный анализ возможностей массового и индивидуального вероятностно-статистических методов в оценке знаний обучающихся	95
5.5. Выводы.....	103
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	106
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	112

ВВЕДЕНИЕ

При проведении психолого-педагогических исследований широко используется математическое моделирование как процесс построения и изучения математических моделей поведения обучающихся во время получения знаний. В настоящее время используются две модели обучающегося: точечная и пространственно протяженная математические модели. В соответствии с первой моделью обучающийся в процессе получения знаний идентифицируется математической точкой, движущейся в информационном пространстве. Его положение в информационном пространстве определяется числом, а именно, количеством баллов, полученных, например, на экзамене по учебной дисциплине. Обработка результатов измерения осуществляется с помощью классического (массового) вероятностно-статистического метода.

В соответствии со второй моделью обучающийся идентифицируется функцией распределения (плотностью вероятности, т.е. вероятностью найти обучающегося в единичной области информационного пространства) [35]. Данная модель учитывает принципиально случайный характер поведения обучающегося, обусловленный случайным характером его психосоматического состояния. Это означает, что описание поведения обучающегося осуществляется с помощью неклассического (индивидуального) вероятностно-статистического метода [33].

Цель данной книги – показать возможности вероятностно-статистической модели обучающегося при проведении экспериментальных и теоретических исследований поведения индивида в процессе получения знаний.

Книга состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы.

В первой главе проведен сравнительный анализ возможностей классического (массового) вероятностно-статистического метода (МВС-метода) и неклассического (индивидуального) вероятностно-статистического метода (ИВС-метода). Показано, что индивидуальный вероятностно-статистический метод в отличие от массового вероятностно-статистического метода может быть использован для анализа поведения отдельно взятого объекта или события. Это обусловлено внутренне присущим человеку случайным характером его психосоматического состояния. Поскольку успешность любой деятельности человека зависит от уровня развития его сознания, детерминизм которого реализуется через случайность, то процесс и результат деятельности индивида неизбежно несут в себе элементы случайности. Это относится непосредственно и к процессу обучения человека. Поведение обучающегося в процессе усвоения информации подчиняется вероятностно-статистическим закономерностям, в соответствии с которыми он идентифицируется функцией распределения, движущейся в информационном пространстве координат, скоростей и ускорений различных порядков.

Во второй главе рассмотрены основы методологии научных исследований. Проведен подробный анализ общенаучных (экспериментальных и теоретических), конкретно-научных и всеобщих методов научных исследований. Рассмотрены психолого-педагогические подходы к оценке знаний обучающихся, а также основы классического и вероятностно-статистического шкалирования. Показано, что вероятностно-статистическое шкалирование позволяет при оценке полноты знаний обучающегося, идентифицируемого функцией распределения, перейти из функционального пространства в цифровое пространство посредством нахож-

дения численных значений моментов различных порядков функций распределения. Сравнительный анализ значений моментов индивидуальных функций распределения обучающихся позволяет ранжировать их по уровню знаний.

В третьей главе рассмотрены вопросы применения индивидуального вероятностно-статистического метода для оценки полноты знаний обучающихся. Показано, что вероятностно-статистическое шкалирование по сравнению с классическим шкалированием позволяет более тонко ранжировать обучающихся по уровню знаний. Установлено, что экспериментальные функции распределения студентов, получивших на экзамене традиционные оценки «5» и «4», «4» и «3», «3» и «2», сильно перекрываются и, следовательно, не существует четко очерченных границ между полнотой знаний этих студентов. Дисперсия экспериментальных функций распределения потока студентов при переходе от курса к курсу увеличивается, а сами функции распределения начинают перекрываться. Перекрывание функций распределения становится уже существенным между вторым и третьим курсами, увеличиваясь при переходе к старшим курсам. Это свидетельствует о росте степени неоднородности по уровню знаний в студенческом коллективе.

В четвертой главе проведен анализ теоретических исследований поведения обучающегося в процессе получения знаний. Показано, что функции распределения, идентифицирующие обучающегося в процессе усвоения информации, являются решениями системы дифференциальных уравнений, полученных на основе закона сохранения вероятности и представляющих собой уравнения непрерывности. На основе решения дифференциального уравнения, записанного относительно координат и времени, с привлечением экспериментального материала найдена теоретическая функция распределения, идентифицирующая обучающегося в координатном пространстве. Пока-

зано, что теоретические функции распределения хорошо согласуются с экспериментальными.

Анализ эволюции теоретических функций распределения по годам обучения показал, что функции распределения, идентифицирующие слабых студентов («троечников»), начиная с третьего года обучения перекрываются. Перекрытие происходит между функциями распределения, относящимся ко второму и третьему, третьему и четвертому, четвертому и пятому годам обучения, причем перекрытия увеличиваются год от года. Такое поведение теоретических функций распределения согласуется с поведением экспериментальных функций распределения. Функции распределения, идентифицирующие сильных студентов, перекрываются слабо. Делается вывод о нецелесообразности совместного обучения сильных и слабых студентов. С целью повышения эффективности процесса обучения предлагается переход на поэтапное обучение с ветвлением.

Проведен сравнительный анализ поведения человека в процессе деятельности и квантового объекта. Показано, что детерминизм поведения как человека в процессе усвоения информации, так и квантового объекта, движущегося в обычном пространстве, реализуется через случайность. В связи с этим для описания поведения этих объектов используется индивидуальный вероятностно-статистический метод.

В пятой главе рассмотрен вопрос моделирования функций распределения. В качестве модельных функций распределения, аппроксимирующих истинные функции распределения, идентифицирующие обучающихся в процессе усвоения информации, использовались двухступенчатые функции, для построения которых использована информация об оценках индивидов, полученных при их тестировании с помощью балльной системы измерений. Показано, что дифференциальная функция распределения (плотность

вероятности), усредненная по индивидуальным функциям распределения обучающихся, рассчитанных для значений математических ожиданий в диапазоне значений от 0 до 1 по безразмерной шкале, имеет "U"-образный вид и позволяет определять вероятность нахождения индивида в единичной области информационного пространства (вероятность усвоения обучающимся информации, содержащейся в единичной области информационного пространства). С уменьшением погрешности измерений увеличивается плотность вероятности у границ шкалы, стремясь к бесконечности при стремлении погрешности к нулю. Интегральная функция распределения (вероятность) позволяет по оценке, полученной обучающимся на экзамене, непосредственно определить вероятность усвоения индивидом материала учебной дисциплины.

ГЛАВА 1

ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

1.1. Массовый вероятностно-статистический метод

В настоящее время при проведении психолого-педагогических исследований широкое применение находят вероятностно-статистические методы, к числу которых относятся классический или массовый вероятностно-статистический метод (МВС-метод) и неклассический или индивидуальный вероятностно-статистический метод (ИВС-метод) [33, 34].

На поведение материальных объектов может оказывать существенное влияние множество случайных факторов. Случайность не позволяет описывать явления в рамках классических детерминированных моделей, т. к. проявляется как недостаточная регулярность в массовых явлениях и, следовательно, не дает возможность с достоверностью предсказывать наступление определенных событий. Однако при изучении таких явлений обнаруживаются определенные закономерности. Нерегулярность, свойственная случайным событиям, при большом количестве испытаний, как правило, компенсируется появлением статистической закономерности, стабилизацией частот наступления случайных событий. Следовательно, данные случайные события имеют определенную вероятность и могут быть описаны с помощью массового вероятностно-статистического метода. В основе МВС-метода исследования лежат теория

вероятностей и математическая статистика. Данный метод применяется при изучении массовых явлений случайного характера, он включает несколько этапов, основные из которых следующие.

1. *Построение вероятностной модели реальности, исходя из анализа статистических данных (определение закона распределения случайной величины).* Естественно, что закономерности массовых случайных явлений проявляются тем более отчетливо, чем больше объем статистического материала. Выборочные данные, полученные при проведении эксперимента, всегда ограничены и носят, строго говоря, случайный характер. В связи с этим важная роль отводится обобщению закономерностей, полученных на выборке, и распространению их на всю генеральную совокупность объектов.

С целью решения этой задачи принимается определенная гипотеза о характере статистической закономерности, которая проявляется в исследуемом явлении, например, гипотеза о том, что исследуемое явление подчиняется закону нормального распределения. Такая гипотеза носит название нулевой гипотезы, которая может оказаться ошибочной, поэтому наряду с нулевой гипотезой еще выдвигается и альтернативная или конкурирующая гипотеза. Проверка того насколько полученные экспериментальные данные соответствуют той или иной статистической гипотезе осуществляется с помощью так называемых непараметрических статистических критериев или критериев согласия. В настоящее время широко используются критерии согласия Колмогорова, Смирнова, омега-квадрат и др. [23]. Основная идея этих критериев состоит в измерении расстояния между функцией эмпирического распределения и функцией полностью известного теоретического распределения. Методология проверки статистической гипотезы строго разработана и изложена в большом количестве работ по математической статистике.

2. *Проведение необходимых расчетов математическими средствами в рамках вероятностной модели.* В соответствии с установленной вероятностной моделью явления проводятся вычисления характеристических параметров, например, таких как математическое ожидание или среднее значение, дисперсия, стандартное отклонение, мода, медиана, показатель асимметрии и др.

3. *Интерпретация вероятностно-статистических выводов применительно к реальной ситуации.*

В настоящее время массовый вероятностно-статистический метод хорошо разработан и широко используется при проведении исследований в различных областях естественных, технических и общественных наук. Подробное описание сути данного метода и его применения к решению конкретных задач можно найти в большом количестве литературных источников, например, в [9, 23].

1.2. Индивидуальный вероятностно-статистический метод

Индивидуальный вероятностно-статистический метод исследований отличается от массового тем, что он применяется к отдельным объектам или событиям, имеющим принципиально случайный характер. Данный метод находит широкое применение как при анализе поведения квантовых объектов (например, электронов, атомов, молекул и т. п.) [8], так и при анализе поведения человека, выполняющего ту или иную деятельность, например, обучающегося в процессе получения знаний [28, 51].

Успешность деятельности человека зависит от уровня развития его сознания. В настоящее время не существует единого подхода к решению проблемы сознания. Каждая из концепций сознания – это фактически попытка описать с различных позиций некоторые грани его проявления. Од-

нако можно отметить, что они так или иначе учитывают важную роль головного мозга в формировании сознания.

Сознание, как таковое, непосредственно ненаблюдаемо. О сознании можно судить только по изменению состояния нервной системы человека и, в частности, головного мозга, которое может произойти в результате совершения работы над головным мозгом, а значит и самим головным мозгом. В связи с этим в [32] было высказано предположение, что **сознание – это работа нервной системы человека**, как центральной (головного и спинного мозга), так и периферической (нервов и ганглий, для передачи сенсорных и двигательных сигналов между центральной нервной системой и различными органами человека). Основные процессы, связанные с обработкой поступающей информации, ее хранением и воспроизведением, протекают в головном мозге, поэтому в дальнейшем под сознанием будем понимать работу головного мозга, имея в виду, что на самом деле работает вся нервная система.

В связи с этим можно утверждать, что *сознание в мозге человека не содержится, поскольку оно представляет собой работу, которая по своей сути не может содержаться ни в каком теле, она может только совершаться*. О том, совершается работа или нет, можно судить по тому происходит изменение состояния тела (системы) или нет.

Когда говорят, что один человек по отношению к другому имеет более высокий уровень сознания, это означает, что у него выше уровень организации нейронной сети и, следовательно, его мозг способен совершить большую работу.

Сознание формируют такие познавательные процессы, как ощущение, восприятие, память, мышление, воображение, которым присущи элементы случайности, обусловленные тем, что психическое и соматическое состояния человека изменяются случайным образом [32]. Следовательно, сознание человека несет в себе элементы случайности. Кроме

того, случайный характер сознания обусловлен физиологическим, психологическим и информационным шумами, возникающими при работе головного мозга [49]. Это привело, например, при описании процессов мышления к отказу от использования модели детерминистской динамической системы в пользу модели случайной динамической системы. Отсюда следует, что **детерминизм сознания человека реализуется через случайность** [32].

Знания, представляющие собой информацию, усвоенную человеком на основе размышлений и рассуждений, являются фактически продуктом сознания и, следовательно, также как и сознание имеют случайный характер. Это утверждение не противоречит жизненному опыту. Действительно, при первом знакомстве человека с тем или иным предметом (явлением) объем информации, усвоенный индивидом, может быть весьма скудным, причем он зависит от уровня сознания, физиологического и психического состояния человека, внешних условий и интервала времени ознакомления. При повторном изучении данного объекта к информации, усвоенной в результате размышлений и рассуждений, добавляется новая информация, которая даже может привести к коренному изменению представлений об объекте исследований. В результате этого объем и глубина знаний об объекте или явлении увеличиваются.

С течением времени, когда человек не работает с данным объектом, объем и глубина знаний о нем уменьшаются. Это связано с целым рядом причин, например, при переходе информации в долговременную память происходит ее частичная потеря, индивид не в состоянии самостоятельно в нужный момент времени извлечь всю необходимую информацию из долговременной памяти, на микроуровне идет процесс разрушения некоторых синаптических связей, ответственных за хранение информации об объекте и т. п. Процессы познания протекают строго индивидуально.

Об этом свидетельствует тот факт, что объем и глубина знаний, усвоенных индивидами в одних и тех же внешних условиях, различны.

Автор индивидуальной теории личности А. Адлер в принципе отвергал концепцию психического детерминизма. Он писал: «Мы придерживаемся того мнения, что в жизни человека нет ничего причинно обусловленного. И, поскольку каждый феномен чем-то отличается от других, в психологии мы не можем говорить о причинности и детерминизме» [50]. Здесь следует отметить, что Адлер придерживался классических представлений о детерминизме. Мы полагаем, что сознанию человека свойственен детерминизм, но не в его классическом понимании. Как было показано выше, *детерминизм сознания, проявляющийся в изменении состояния мозга человека, реализуется через случайность*. И, следовательно, *детерминизм знаний человека об окружающем мире также реализуется через случайность*.

В процессе получения знаний (усвоения информации) обучающийся движется в информационном пространстве, представляющем собой совокупность результатов семантической деятельности человечества. Учебные дисциплины содержат информационные блоки, выстроенные в строгой логической последовательности. Это означает, что в информационном пространстве имеются определенные направления, вдоль которых и движутся обучающиеся. В информатике информацию принято измерять в битах, а в педагогике при измерении знаний обучающихся – в баллах. Между битами информации и баллами существует определенная связь, а именно, количеству информации, содержащейся в учебной дисциплине, соответствует максимальный балл выбранной шкалы измерений.

В настоящее время существуют два принципиально различающихся подхода к моделированию поведения об-

учающегося в процессе получения знаний: первый подход (традиционный) основан на том, что поведение обучающегося классически детерминировано; второй подход основан на неклассическом детерминизме (детерминизме, реализующемся через случайность). Модель обучающегося – это совокупность характеристик обучающегося, к числу которых относится способность обучающегося усваивать информацию, о которой можно судить по результатам оценки знаний.

Учитывая вероятностный характер сознания человека и, следовательно, вероятностный характер его знаний, в качестве объективной характеристики, определяющей поведение индивида в процессе усвоения информации, может быть принята функция распределения (плотность вероятности), т. е. вероятность найти обучающегося в единичной области информационного пространства [28, 51]. Эти рассуждения легли в основу индивидуально-вероятностно-статистического метода, в соответствии с которым обучающийся идентифицируется функцией распределения, распространяющейся в информационном пространстве координат, скоростей и ускорений различных порядков:

$$\Psi(\sigma, \dot{\sigma}, \ddot{\sigma}, \ddot{\ddot{\sigma}}, \dots; t) = dw / dv,$$

где $\Psi(\sigma, \dot{\sigma}, \ddot{\sigma}, \ddot{\ddot{\sigma}}, \dots; t)$ – функция распределения; σ , $\dot{\sigma}$, $\ddot{\sigma}$, и $\ddot{\ddot{\sigma}}$ – координата, скорость, ускорение первого порядка и ускорение второго порядка соответственно; t – время; dw – вероятность найти обучающегося в объеме $dv = d\sigma d\dot{\sigma} d\ddot{\sigma} d\ddot{\ddot{\sigma}} \dots$ информационного пространства.

В связи с тем, что обучающийся идентифицируется функцией распределения, нельзя точно указать его положение в информационном пространстве, можно лишь говорить о вероятности нахождения обучающегося в той или иной области информационного пространства.

1.3. Выводы

1. Индивидуальный вероятностно-статистический метод в отличие от массового вероятностно-статистического метода может быть использован для анализа поведения отдельно взятого объекта или события.

2. Детерминизм сознания человека реализуется через случайность, обусловленную случайным характером его психосоматического состояния.

3. Успешность любой деятельности человека зависит от уровня развития его сознания. Поскольку детерминизм сознания реализуется через случайность, то процесс и результат деятельности индивида неизбежно несут в себе элементы случайности. Это относится непосредственно и к процессу обучения человека.

4. Поведение обучающегося в процессе усвоения информации подчиняется вероятностно-статистическим закономерностям, в соответствии с которыми он идентифицируется функцией распределения (плотностью вероятности), движущейся в информационном пространстве координат, скоростей и ускорений различных порядков.

ГЛАВА 2

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ В ПЕДАГОГИКЕ

2.1. Методология педагогических исследований

В современном понимании *методология* – это учение о структуре, логической организации, методах и средствах деятельности. Методология педагогики трактуется как система знаний об исходных положениях, обосновании и структуре педагогической теории; учение о структуре, функциях, методах педагогического исследования, познании и преобразовании педагогической действительности. В методологии различают методологическое исследование и методологическое обеспечение.

Задачей методологических исследований является выявление закономерностей и тенденций развития педагогической науки, ее связи с практикой, принципов повышения эффективности и качества педагогических исследований, анализ их понятийного состава и методов [18, 19]. Под методологическим обеспечением педагогического исследования понимают возможность использования совокупности знаний для обоснования процесса исследовательской деятельности, ее логики и методов, а также для оценки ее качества.

Для решения конкретных задач при проведении психолого-педагогических исследований применяются определенные методы. *Метод* – это способ достижения какой-либо цели, включающий совокупность приемов практической или теоретической деятельности. Метод вооружает человека наиболее рациональными способами проведения исследований и тем самым оптимизирует его деятельность.

Один из основоположников научной методологии английский философ Ф. Бекон считал, что научный метод подобен фонарю, освещающему дорогу бредущему в темноте путнику. Научные методы подразделяются на общенаучные, конкретно-научные и всеобщие [26].

Общенаучные методы – методы, используемые во всех разделах науки. К ним относятся эмпирические и теоретические методы. Эмпирические методы включают:

- наблюдение – целенаправленное восприятие явлений объективной действительности;
- описание – фиксация средствами естественного или искусственного языка сведений об объектах;
- измерение – сравнение объектов по каким-либо сходным свойствам или сторонам;
- эксперимент – наблюдение в специально создаваемых и контролируемых условиях в целях установления причинной зависимости между заданными условиями и характеристиками исследуемого объекта;
- моделирование – воспроизведение свойств объекта на специально создаваемом его аналоге (модели).

Теоретические методы включают:

- идеализацию – мысленное выделение существенных и абстрагирование от несущественных свойств, черт, сторон и т.п.;
- формализацию – построение абстрактных математических моделей, раскрывающих сущность процессов и явлений действительности;
- теоретизацию – построение теорий на основе аксиом – утверждений, не требующих доказательств;
- математическое моделирование – получение информации о свойствах процессов или объектов на основе исследования их математических моделей;
- гипотетико-дедуктивный метод – получение необходимой информации с применением известных законов (гипотез) и дедуктивного метода;

- метод подтверждаемости – сопоставление следствий, вытекающих из теории, на соответствие эмпирическим фактам.

Конкретно-научные методы – специфические методы для отдельных разделов науки, например, метод внешней экспертной оценки в психологии или метод балльной оценки знаний обучающихся в педагогике.

Всеобщие методы – методы, применяемые не только в науке, но и в других отраслях человеческой деятельности. К всеобщим методам человеческой деятельности относят анализ, синтез, абстрагирование, сравнение, обобщение, индукцию, дедукцию, аналогию, моделирование, классификацию [10, 19, 26].

2.2. Психолого-педагогический подход к оценке знаний обучающихся

В настоящее время методология исследований в психологии и педагогике, определяющая структуру, логическую организацию, методы и средства деятельности, по глубине разработки существенно уступает методологии исследований в естественных и технических науках. Это объясняется, прежде всего, тем, что при проведении психолого-педагогических исследований велико влияние субъективного фактора. Так, например, при определении полноты знаний обучающегося (объекта исследований) в качестве эталона измерений выступает полнота знаний преподавателя (субъекта). Педагогическое понятие **«полнота знаний»**, по мнению В.И. Михеева, отражает в своей основе сложные стороны мнестической деятельности обучающегося при усвоении знаний и может выступать как соответствующий показатель объема заученной системы понятий учебного материала [22].

При изучении и конкретизации содержания такого понятия, как полнота знаний, необходимо более четко пред-

ставлять его качественные стороны описания, которые во многом связаны с механизмом воспроизведения обучающимся учебных понятий и их запоминанием. Действительно, любое учебное понятие выступает для обучающегося как некоторое слово, которое, как отмечает А.Р. Лурия [21], имеет и свое значение, определяемое объективно сложившейся системой связей, которые, в сущности, стоят за словом, и свой смысл, выступающий как индивидуальное значение слова, выделенное из объективной системы связей.

Исходя из самых общих представлений, знания представляют собой целостную и систематизированную совокупность научных понятий о закономерностях природы, общества и мышления. С позиций общей психологии, по С.Л. Рубинштейну [39], знания есть определенная форма отражения внешнего мира в сознании обучающегося в виде соответствующих образований – представлений и понятий, которые сохраняются в его памяти и направлены на регулирование и организацию его практической деятельности. В педагогической психологии и педагогике знания обучающегося рассматриваются с позиций общего содержания образования, видов знаний, уровня усвоения знаний, качеств знаний и структуры признаков, определяющих эти качества [3, 15, 22, 25].

Полнота знания индивида зависит от таких параметров, как память, внимание, способность к обучению, качество ассоциаций, психическое и физическое здоровье, внешние условия и т. п. [5, 20]. Кроме того, в процессе измерений может иметь место так называемый психологический шумовой фон, зависящий от эмоционального, психического, физического и других состояний в момент измерения, как объекта измерений, так и измерителя, которые оба в этом случае являются индивидами. Отсюда непосредственно следует, что при измерении полноты знания, как, впрочем,

и любого другого педагогического качества или свойства, эталон сравнения всегда субъективен. Субъективность знаний относится к их полноте, а сами знания, несмотря на то что они представляют собой информацию, усвоенную индивидом в процессе размышлений и рассуждений, объективны.

Уменьшить влияние субъективного фактора способны технические средства, которые могут быть поставлены между субъектом и объектом исследований, например, компьютер при проведении компьютерного тестирования полноты знаний. Однако устранить полностью влияние субъективного фактора на процесс педагогического измерения технические средства принципиально не могут, т. к. формулирование вопросов тестирования, оценка полноты охвата ими изучаемого материала, ранжирование вопросов по степени важности, присвоение им весовых коэффициентов и т. п. осуществляются субъектом исследования.

В центре педагогических исследований находится человек или группа людей, личностные характеристики которых являются определяющими для результатов исследований. Это означает, что такие исследования должны носить психолого-педагогический характер. Деятельность студента в вузе включена в систему общественно-социальных отношений и для ее научно обоснованного изучения, формирования и управления в процессе обучения и воспитания необходимо использовать большой набор характеристик, составляющих основу описания студента как индивида, как личности и как субъекта деятельности [1, 3].

При изучении психолого-педагогических закономерностей обучения студентов возникает необходимость учитывать многие свойства, оценивая их в содержательном смысле. Однако слабый уровень изученности свойств деятельности обучающегося заметно сказывается на точности языка описания результатов любого психолого-педагогическо-

го исследования, что порождает различные толкования в определении свойств эмпирических объектов и описании их структуры [22]. В связи с этим в настоящее время большое внимание уделяется повышению качества и эффективности педагогических исследований [6, 24].

Большую роль в педагогических исследованиях играет эксперимент. Согласно общим представлениям о научном эксперименте [40], педагогический эксперимент выступает как один из методов эмпирического исследования, который имеет свои особенности, свою структуру и несет свою функциональную нагрузку в педагогическом исследовании. Во многих работах по теории педагогики высшей школы педагогический эксперимент чаще называется дидактическим, что определенным образом подчеркивает его целевую направленность. Так, под педагогическим экспериментом современная педагогика высшей школы понимает метод исследования, который используется с целью выяснения эффективности применения отдельных методов и средств обучения и воспитания [4, 22].

Результаты познания психолого-педагогических закономерностей процесса обучения и воспитания в высшей школе зависят от того, как и на каком теоретическом и практическом уровне строятся в педагогических исследованиях описания различных сторон деятельности педагога и обучающегося, какие объективные способы выявления и оценки соответствующих характеристик деятельности используются при этом. К числу актуальных задач в области методологии педагогики и методов психолого-педагогических исследований следует отнести формирование качественной модели описания различных свойств деятельности обучающегося [44], выступающих как объекты измерения; построение для них соответствующих качественных шкал измерения и построение методики обработки результатов измерений качественных признаков изучаемых свойств.

В основе методов измерения характеристик объектов всегда лежат модельные представления об этих объектах. Это относится и к методам измерения знаний обучающихся. Убедимся в этом. Как уже отмечалось выше, обучающийся в процессе получения знаний движется в информационном пространстве. Для описания поведения обучающегося в этом процессе используются две принципиально различающиеся модели: точечная и пространственно протяженная модели.

В соответствии с первой моделью (классической) обучающийся представляет собой точечный объект, положение которого в информационном пространстве определяется числом (например, количеством баллов) с указанием погрешности измерения. Эта модель не учитывает внутренне присущий обучающемуся случайный характер поведения. В соответствии со второй моделью обучающийся представляет собой пространственно протяженный объект (функцию распределения), и следовательно, можно говорить лишь о вероятности нахождения обучающегося в той или иной области информационного пространства. Такое поведение обучающегося обусловлено случайным характером его психосоматического состояния в процессе усвоения информации и в процессе тестирования.

Следует отметить, что точечная модель обучающегося является предельным случаем вероятностно-статистической модели обучающегося. Она может быть получена при стремлении к нулю дисперсии функции распределения, идентифицирующей обучающегося.

При проведении педагогических измерений важную роль играет шкалирование, представляющее собой операцию упорядочения исходных эмпирических данных путем перевода их в шкальные оценки. Рассмотрим подробно основы шкалирования отдельно с позиций точечной и вероятностно-статистической моделей обучающегося.

2.3. Классическое шкалирование

Важная роль в шкалировании отводится понятию шкалы измерений. На это в своих работах в 1946 году указал С.С. Стивенс [47, 59], Развивая представления Стивенса о шкале измерения, П. Суппес и Дж. Зинес дают следующее определение шкалы [48], ставшее, по существу, уже классическим: “Пусть A – эмпирическая система с отношениями, R – полная числовая система с отношениями, F – функция, которая гомоморфно отображает A в подсистему R (если в области нет двух разных объектов с одинаковой мерой, что является отображением изоморфизма). Назовем **шкалой** упорядоченную тройку $\langle A; R, F \rangle$ ”. Приведенное определение обладает общностью, так как охватывает все известные шкалы в технической области, психологии, педагогике, социологии и др. Под множеством A понимается множество эмпирических объектов с существенными связями между ними, определяемыми некоторым набором отношений. Задача изучения этих связей определяется в самой постановке проблемы измерения. Выбор тех или иных закономерностей при изучении свойств главным образом определяет выбор шкалы измерения.

В работе [22] рассмотрен конкретный пример использования введенного понятия шкалы. Так, например, уровень подготовки студентов обобщенно можно характеризовать номером курса, на котором они учатся: первокурсники, второкурсники и т. д. Является ли такой способ измерения шкалированием? Прежде чем ответить на этот вопрос, уточним основные понятия по определению шкалы по П. Суппесу и Дж. Зинесу. В качестве указанной числовой системы R обычно берется система действительных чисел или некоторая ее подсистема. В данном примере в качестве числовой системы R взято множество целых чисел, указывающих номер курса. Под отображением F в данном

примере понимается простое правило сопоставления каждому студенту (каждому уровню подготовки) из рассматриваемого множества некоторого числа из множества R : первокурснику – 1; третьекурснику – 3; пятикурснику – 5 и т. д. Следовательно, такое упорядочение объектов является шкалированием.

С позиций современных представлений о шкале приведенное определение несет в себе определенную неточность [2]. Дело в том, что по результатам измерений охарактеризовать качественные связи изучаемой эмпирической системы, необходимо указать класс допустимых взаимно однозначных преобразований множества действительных чисел в себя. Это позволяет отыскивать и множество всех отношений, инвариантных относительно этих преобразований. Такое уточнение вопроса оттеняет важное для теории измерений понятие типа шкалы. Каждый тип шкалы характеризуется классом допустимых преобразований чисел действительной оси. Допустимость преобразований, которые обозначим буквой G , здесь является ключевым термином, что позволяет уточнить классическое определение шкалы: $\langle A; R, F, G \rangle$ [22].

Современная теория измерений различает шкалы наименований, порядка, интервалов, отношений и разностей, причем в основу классификации положено множество допустимых преобразований, что и характеризует единственность конкретного числа шкал [48]. Основные свойства этих шкал рассмотрены в работе [32].

2.4. Вероятностно-статистическое шкалирование

Выше было показано, что в процессе обучения индивид движется в информационном пространстве, причем его поведение ассоциируется с поведением некоторой функции

распределения $\Psi(\sigma, \dot{\sigma}, \ddot{\sigma}, \ddot{\ddot{\sigma}}, \dots; t)$. Поскольку в данном случае интерес представляет распространение функции распределения в координатном пространстве и во времени, выполним операцию свертки данной функции по скорости и ускорениям различных порядков:

$$\Psi(\sigma; t) = \int_{(\infty)} \Psi(\sigma, \dot{\sigma}, \ddot{\sigma}, \ddot{\ddot{\sigma}}, \dots; t) d\dot{\sigma} d\ddot{\sigma} d\ddot{\ddot{\sigma}} \dots$$

Из сказанного следует, что задача измерения полноты знаний обучающегося сводится фактически к нахождению его индивидуальной функции распределения с использованием вероятностно-статистического шкалирования. Рассмотрим основные аспекты вероятностно-статистического шкалирования [30, 31, 52].

Пусть по аналогии с [22] A – некоторое вполне упорядоченное множество объектов (обучающихся), обладающих интересующими нас признаками (эмпирическая система с отношениями); L_Ψ – функциональное пространство (пространство функций распределения) с отношениями; F – операция гомоморфного отображения A в подсистему L_Ψ ; G – группа допустимых преобразований. Тогда шкалой можно назвать упорядоченную систему $\langle A; L_\Psi, F, G \rangle$.

Однако работать с функциями распределения в функциональном пространстве достаточно сложно. С целью упрощения перейдем из функционального пространства в числовое пространство. Предположим, что каждой из функций распределения можно поставить в соответствие набор числовых величин, например, $\{\mu_n(t)\}$ – моментов функции распределения от нулевого до бесконечно большого порядка ($n = 0, 1, 2, \dots$). Пусть также может быть решена обратная задача – восстановление функции распределения $\Psi(\sigma; t)$ по заданному набору моментов $\{\mu_n(t)\}$.

Момент нулевого порядка

$$\mu_0(t) = \int_0^{\infty} \Psi(\sigma; t) d\sigma = 1$$

определяет вероятность найти обучающегося во всем информационном пространстве и, следовательно, равен единице.

Момент первого порядка

$$\mu_1(t) = \int_0^{\infty} \sigma \Psi(\sigma; t) d\sigma$$

определяет математическое ожидание (среднее значение σ).

Момент второго порядка

$$\mu_2(t) = \int_0^{\infty} [\sigma - \mu_1(t)]^2 \Psi(\sigma; t) d\sigma$$

характеризует дисперсию функции распределения.

Моменты n -го порядка ($n > 1$) имеют вид

$$\mu_n(t) = \int_0^{\infty} [\sigma - \mu_1(t)]^n \Psi(\sigma; t) d\sigma.$$

Моменты четных порядков характеризуют расплывание функции распределения, а моменты нечетных порядков, начиная с момента третьего порядка – асимметрию функции распределения относительно математического ожидания.

Тогда, наряду с операцией отображения F элементов множества A в подсистему функционального пространства L_{Ψ} , можно говорить об операции отображения f функций распределения $\Psi(\sigma; t)$ из подсистемы L_{Ψ} на числовые системы с отношениями n -мерного пространства M . В этом случае шкалой будем называть упорядоченную систему $\langle A; L_{\Psi}, F, G; f, M \rangle$. Это означает, что вероятностно-статистическое шкалирование представляет собой операцию упорядочения исходных функций распределения, идентифицирующих обучающихся в информационном пространстве, путем расчета моментов функций распределения и перевода их в шкальные оценки.

Таким образом, для определения полноты знаний обучающихся и ранжирования их по уровню знаний необходимо выполнить следующие действия:

- найти экспериментально по результатам тестирования, например экзамена, индивидуальные функции распределения обучающихся;
- рассчитать моменты индивидуальных функций распределения;
- провести ранжирование обучающихся по уровню знаний на основе сравнения моментов различных порядков их индивидуальных функций распределения.

2.5. Выводы

1. Методы измерения полноты знаний основаны на использовании конкретных моделей обучающихся. Так, классическое шкалирование учитывает точечную модель обучающегося, в соответствии с которой последний идентифицируется математической точкой, движущейся в информационном пространстве по мере получения знаний. Эта модель обучающегося имеет ограниченные возможности поскольку не учитывает случайный характер психосоматического состояния человека.

2. Вероятностно-статистическое шкалирование использует модель обучающегося, в соответствии с которой он идентифицируется функцией распределения в информационном пространстве. Вероятностно-статистическое шкалирование позволяет при оценке полноты знаний обучающегося перейти из функционального пространства в числовое пространство посредством нахождения численных значений моментов различных порядков функций распределения.

3. Сравнительный анализ значений моментов индивидуальных функций распределения обучающихся позволяет ранжировать их по уровню знаний.

ГЛАВА 3

ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ ОБУЧАЮЩИХСЯ

3.1. Применение вероятностно-статистического шкалирования для оценки полноты знаний

Рассмотрим подробно результаты одновременного применения массового и индивидуального вероятностно-статистических методов для оценки знаний обучающихся [53]. На рис. 3.1 представлены функции распределения, идентифицирующие обучающихся, полученные МВС-методом с использованием 5-балльной и 20-балльной шкал с учетом погрешности $\Delta\sigma = 0,5$ балла (рис. 3.1а и рис. 3.1б соответственно) и ИВС-методом с использованием 20-балльной шкалы (рис. 3.1в). Для удобства анализа результатов измерений функции распределения представлены также в безразмерных координатах. Переход к безразмерной шкале измерений осуществляется делением всех чисел на оси абсцисс на максимальное значение выбранной шкалы ($\sigma^* = \sigma / \sigma_{\max}$) и умножением всех чисел на оси ординат на максимальное значение выбранной шкалы ($\Psi^*(\sigma^*) = \Psi(\sigma)\sigma_{\max}$). Здесь σ^* , σ и $\sigma_{\max}$ – безразмерная координата, обычная координата, измеряемая в баллах, и значение верхнего предела выбранной шкалы соответственно; $\Psi^*(\sigma^*)$ и $\Psi(\sigma)$ – функция распределения в безразмерных координатах и функция распределения в обычных (балльных) координатах соответственно.

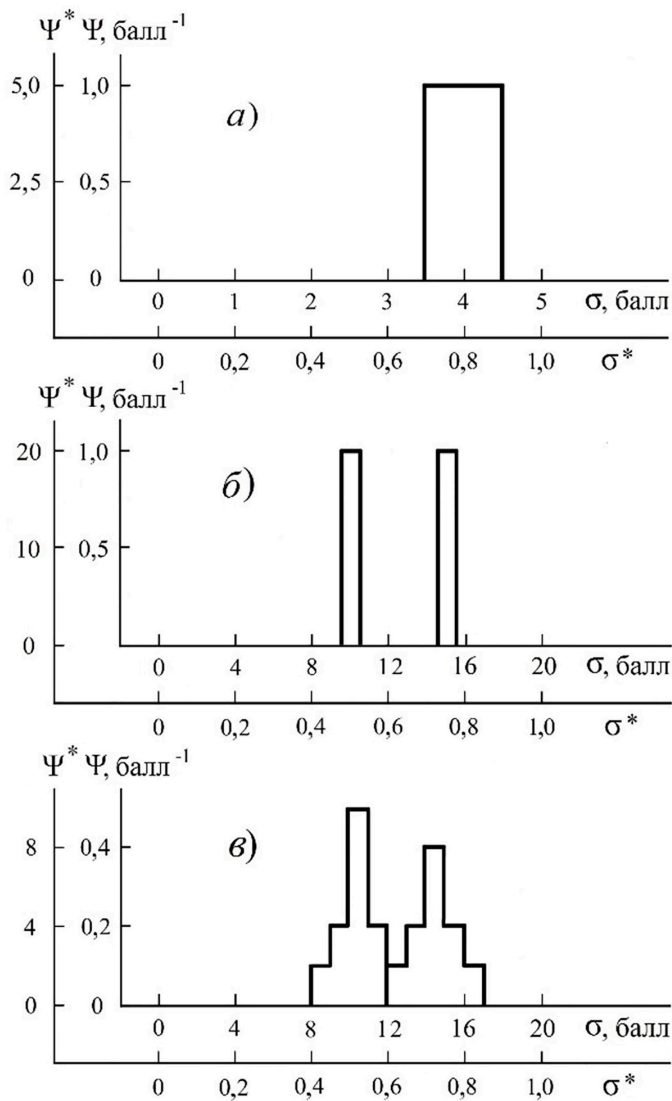


Рис. 3.1. Функции распределения обучающихся, полученные МВС-методом по 5-балльной шкале (а) и по 20-балльной шкале (б) и ИВС-методом по 20-балльной шкале (в)

Из анализа функций распределения, полученных с использованием МВС-метода, следует, что этот метод не позволяет должным образом дифференцировать обучающихся по уровню знаний. Так все обучающиеся, получившие оценку $(4,0 \pm 0,5)$ балла по 5-балльной шкале или $(0,8 \pm 0,1)$ по безразмерной шкале, идентифицируются одной и той же функцией распределения (рис. 3.1а) и, следовательно, неразличимы по уровню знаний. Переход к 20-балльной шкале показывает, что те же самые обучающиеся имеют различающиеся оценки $((10,0 \pm 0,5)$ балла и $(15,0 \pm 0,5)$ балла по 20-балльной шкале или $(0,50 \pm 0,03)$ и $(0,75 \pm 0,03)$ по безразмерной шкале соответственно) и, следовательно, различаются по значениям математических ожиданий функций распределения. Однако функции распределения остаются прямоугольными и несут мало информации о каждом обучающемся.

Данного недостатка лишены функции распределения, идентифицирующие тех же обучающихся, полученные ИВС-методом (рис. 3.1б). В них содержится информация не только о значениях математических ожиданий $((10,30 \pm 0,05)$ баллов и $(14,50 \pm 0,05)$ баллов по 20-балльной шкале или $(0,515 \pm 0,003)$ и $(0,725 \pm 0,003)$ по безразмерной шкале соответственно), но и о значениях дисперсий (моментов второго порядка: $(0,76 \pm 0,05)$ балл² и $(1,20 \pm 0,05)$ балл² соответственно), и о значениях моментов третьего порядка $((-0,34 \pm 0,05)$ балл³ и $0,00$ балл³ соответственно), характеризующих асимметрию функций распределения. Это позволяет более тонко ранжировать обучающихся по уровню знаний.

Рассмотрим процедуру нахождения экспериментальных функций распределения обучающихся [32]. Перед проведением измерений полноты знаний обучающихся преподаватель подготавливает таблицу, аналогичную таблице 3.1, в которую, например, во время экзамена заносит значения вероятностей, выраженные в процентах (из-за удобства из-

мерений), нахождения знаний обучающегося в соответствующих интервалах балльной шкалы. В данном случае использовалась двадцатибалльная шкала.

Таблица 3.1

Результаты измерений знаний студентов, полученные на основе ИВС-метода на экзамене по физике (традиционная оценка “3”)

№ п/п	Интервалы шкалы, баллы								
	2–3	3–4	4–5	5–6	6–7	7–8	8–9	9–10	10–11
1		10	20	20	30	20			
2				20	50	30			
3						20	60	10	10

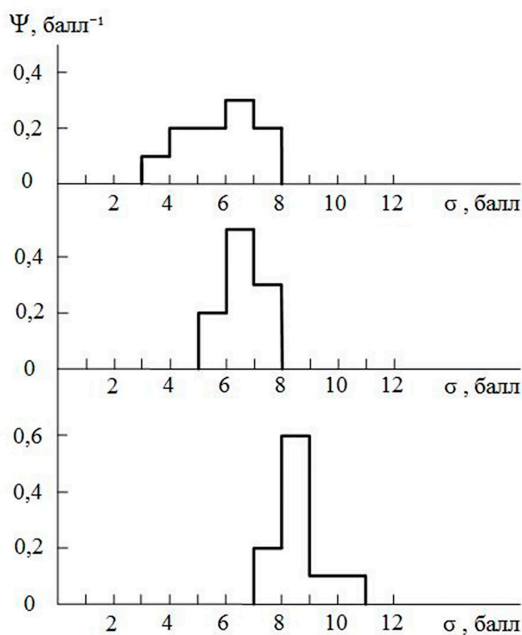


Рис. 3.2. Функции распределения, идентифицирующие студентов, получивших на экзамене традиционную оценку «удовлетворительно» (3 балла) по пятибалльной шкале

Данные табл. 3.1 используются для построения индивидуальных функций распределения обучающихся, которые представлены на рис. 3.2.

Видно, что индивидуальные функции распределения обучающихся располагаются в разных областях информационного пространства и имеют различную структуру, т. е. в данном случае работает так называемый принцип «различимости». Это свидетельствует о том, что моменты представленных функций распределения имеют различные значения (табл. 3.2).

Таблица 3.2

**Моменты функций распределения студентов,
получивших на экзамене традиционную оценку «3»**

№ п/п	Порядок момента				
	μ_1 , балл	μ_2 , балл ²	μ_3 , балл ³	μ_4 , балл ⁴	μ_5 , балл ⁵
1	5,80	1,61	−0,58	5,11	−4,29
2	6,60	0,49	−0,05	0,50	−0,15
3	8,60	0,69	0,49	1,66	2,21

В большинстве случаев, как показывает опыт, достаточно ограничиться расчетом моментов первого порядка μ_1 (математического ожидания), второго порядка μ_2 (дисперсии) и третьего порядка μ_3 , характеризующего асимметрию функции распределения. Сравнение значений найденных моментов индивидуальных функций распределения позволяет осуществлять тонкое ранжирование обучающихся по уровню знаний. Аналогичную структуру индивидуальные функции распределения имеют и для студентов, получивших на экзамене оценки «отлично» (5 баллов), «хорошо» (4 балла) и «неудовлетворительно» (2 балла).

В приближении аддитивности индивидуальных функций распределения легко провести их статистическую об-

работку. С этой целью воспользуемся результатами измерений полноты знаний студентов на экзамене по физике с помощью классического и вероятностно-статистического шкалирований [32, 35]. Так, для потока студентов, состоящего из 56 обучающихся, 7 студентов получили традиционную оценку «5» баллов, 17 студентов – «4» балла, 28 студентов – «3» балла и 4 студента – «2» балла. Используя результаты измерений полноты знаний данной группы студентов, полученные с помощью вероятностно-статистического шкалирования с использованием двадцатибалльной шкалы, были построены индивидуальные функции распределения для каждого студента и проведена их статистическая обработка. На рис. 3.3 изображены усредненные индивидуальные функции распределения обучающихся, соответствующие указанным выше группам студентов [35].

Анализ этих функций распределения показывает, что не существует четко очерченных границ между полнотой знаний студентов, получивших на экзамене традиционные оценки «5» и «4», «4» и «3», «3» и «2». Функции распределения приграничных областей перекрываются. Как отмечалось выше, в процессе измерения полноты знаний обучающегося последний взаимодействует с преподавателем, действия которого также несут в себе элементы случайности, что естественно сказывается на результате измерения. Однако получить в явном виде влияние преподавателя на процесс измерения полноты знаний обучающегося не удастся, т. к. оно носит латентный характер.

На первый взгляд может показаться, что вероятностно-статистический метод оценки полноты знаний обучающихся является достаточно трудоемким и требует длительной подготовки и тренировки преподавателей. Однако это не так. Как правило, достаточно 7 – 10 измерений, чтобы преподаватель приобрел соответствующий навык. Можно надеяться, что применение искусственного интеллекта

для оценки полноты знаний обучающихся на основе вероятностно-статистического метода значительно облегчит работу преподавателей.

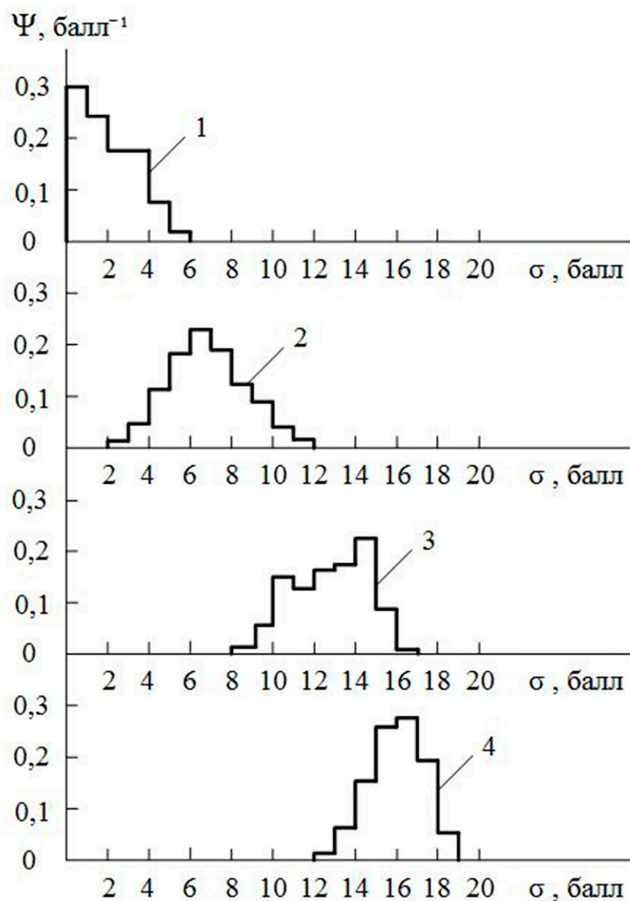


Рис. 3.3. Усредненные функции распределения, идентифицирующие студентов, получивших на экзамене по пятибалльной шкале традиционные оценки: 1 – «неудовлетворительно» (2 балла); 2 – «удовлетворительно» (3 балла); 3 – «хорошо» (4 балла); 4 – «отлично» (5 баллов)

Таким образом, вероятностно-статистическое шкалирование, отражающее существенное в поведении индивидов во время обучения, позволяет получить важную информацию о состоянии учебно-воспитательного процесса, которая, несомненно, полезна как самим обучающимся, так и коллективу преподавателей, и администрации учебного заведения для совершенствования учебно-воспитательного процесса и оптимизации его структуры.

3.2. Эволюция экспериментальных функций распределения

В работе [29] был проведен анализ эволюции экспериментально найденных индивидуальных функций распределения студентов одного из факультетов Московского института электронной техники (МИЭТ), обучавшихся с первого по пятый курс. Общее количество студентов – 78 человек. Функция распределения строилась в пересчете на одну учебную дисциплину в семестр.

Для оценки полноты знаний обучающегося использовалась пятибалльная порядковая шкала. При этом максимально возможное продвижение обучающегося в информационном пространстве при изучении одной дисциплины составляет 5 баллов. Фактически положение индивида в информационном пространстве определяется прямоугольной функцией распределения, ширина которой равна 1 баллу, что соответствует погрешности измерения 0,5 балла. Эта погрешность, как отмечалось выше, настолько большая, что не позволяет наблюдать истинный вид функции распределения. В этом случае приходится истинную функцию распределения аппроксимировать прямоугольной функцией распределения, совпадающей по форме с функцией распределения, полученной МВС-методом (рис. 3.4).

Однако, несмотря на столь грубую аппроксимацию функции распределения, изучение ее эволюции, тем не ме-

нее, позволяет получить важную информацию, как о поведении отдельного индивида, так и студенческой группы, и курса в целом. Строгий подход к нахождению функции распределения обучающегося рассмотрен в [32].

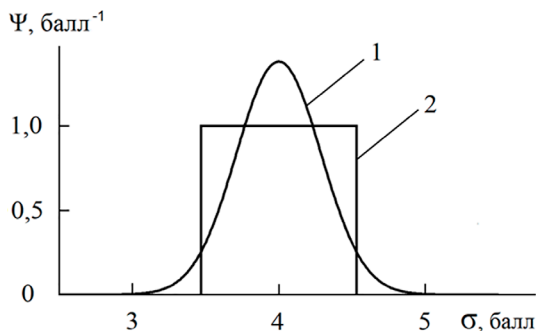


Рис. 3.4. Функции распределения:
1 – истинная; 2 – аппроксимирующая

Таким образом, для простоты рассмотрения задачи экспериментальную функцию распределения студента будем аппроксимировать прямоугольной функцией, ширина которой после первого семестра составляет 1 балл, после второго – 2 балла и т. д. В качестве начальной функции распределения обучающегося возьмем дельта-функцию Дирака:

$$\Psi(\sigma; 0) = \delta(\sigma - 0),$$

имеющую бесконечно большое значение в начале координат и нулевые значения во всех других точках.

Математическое ожидание функции распределения обучающегося после n -го семестра определяется суммой средних оценок, полученных студентом за n семестров, а именно:

$$\langle \sigma \rangle = \sum_{j=1}^n \langle \sigma_j \rangle,$$

где $\langle \sigma_j \rangle$ – средняя оценка, полученная студентом в j -ом семестре.

Типичный вид экспериментальной функции распределения обучающегося после каждого года обучения (учебный год состоит из двух семестров), представлен на рис. 3.5.

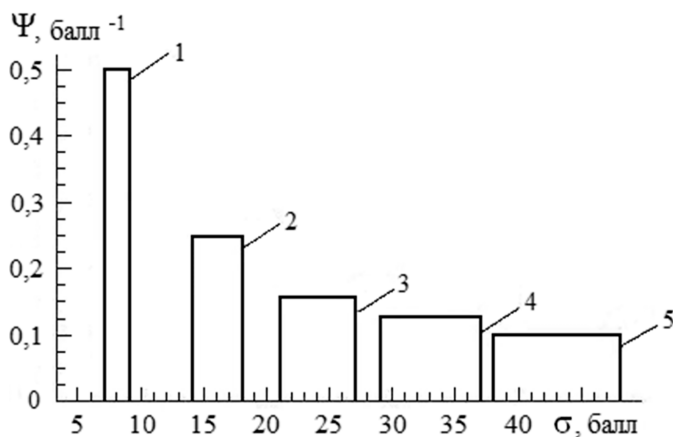


Рис. 3.5. Эволюция экспериментальной функции распределения, идентифицирующей студента: 1, 2, 3, 4, 5 – после первого, второго, третьего, четвертого, пятого годов обучения соответственно

При построении функций распределения для потока студентов использовался принцип аддитивности, в соответствии с которым не учитывается влияние студентов друг на друга в процессе обучения. Это позволило находить функцию распределения для потока студентов как сумму функций распределения всех индивидов, отнесенную к их количеству. Фактически функция распределения для потока студентов является функцией распределения обучающегося, усредненной по всем индивидуальным функциям распределения. На рис. 3.6. изображены функции распределения для потока студентов, полученные после каждого года обучения. В каждом случае в качестве начальной функции распределения студента (в начале обучения на каждом курсе) бралась дельта-функция Дирака.

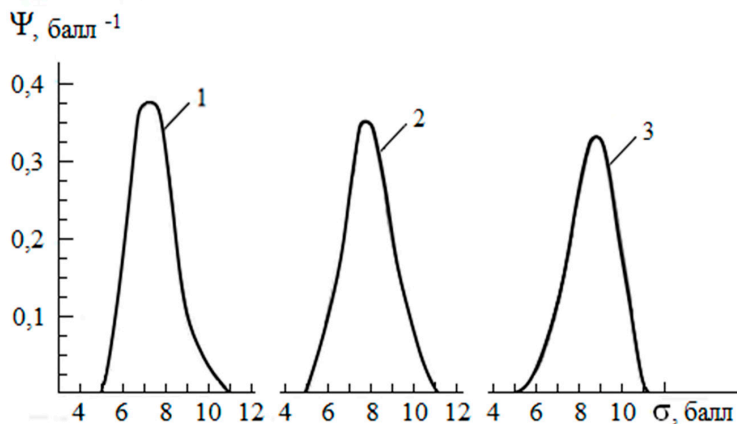


Рис. 3.6. Функции распределения студентов потока, соответствующие обучению в течение года (аппроксимированы гладкими линиями):
1 – после первого курса; 2 – после третьего курса;
3 – после пятого курса

Анализ показывает, что центры тяжести функций распределения, соответствующих первым курсам, смещены к их левой границе, а последним курсам – к правой. Следует отметить, что «сильные» студенты внесли свой вклад в головную часть усредненных функций распределения, а «слабые» студенты – в их хвостовую часть.

Об особенностях эволюции экспериментальной функции распределения студентов потока можно судить по данным, представленным на рис. 3.7. Видно, что по мере продвижения в информационном пространстве функции распределения расплываются. Это происходит вследствие того, что математические ожидания функций распределения индивидов движутся с разными скоростями, а сами функции расплываются из-за дисперсии. Следует отметить также, что центр тяжести функции распределения в процессе эволюции смещается от ее левой границы к центру.

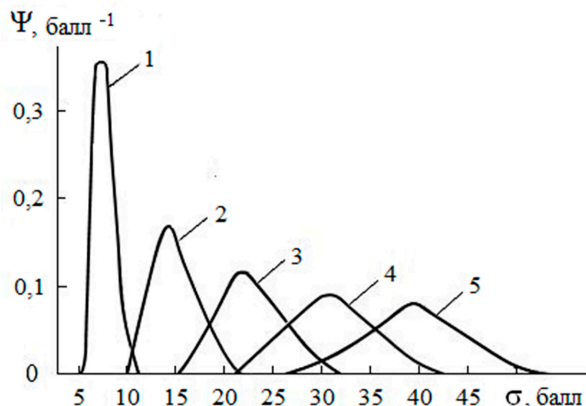


Рис. 3.7. Эволюция функции распределения студентов потока, аппроксимированной гладкими линиями: 1 – после первого курса; 2 – после второго курса; 3 – после третьего курса; 4 – после четвертого курса; 5 – после пятого курса

Другим важным результатом является перекрывание функций распределения, представленных после первого и второго курсов, второго и третьего курсов, третьего и четвертого курсов, четвертого и пятого курсов, причем от курса к курсу перекрытие увеличивается. Это свидетельствует о том, что объем знаний, которыми владеет слабый студент старшего курса (его индивидуальная функция распределения находится в «хвосте» функции распределения для потока студентов), может быть значительно меньше объема знаний, которыми владеет сильный студент младшего курса.

В случае больших студенческих групп и потоков преподаватели при проведении занятий, как правило, вынуждены ориентироваться на средних студентов, что при условии наблюдаемой большой дисперсии функции распределения негативно сказывается на учебе как сильных, так и слабых студентов. Объем и качество сообщаемой информации в этом случае не соответствует потенциальным возможностям сильных и слабых студентов. Сильные студенты рабо-

тают ниже своих возможностей, а слабые студенты не в состоянии усвоить учебный материал, что приводит к еще большей неоднородности студенческого коллектива. Такая ситуация вынуждает преподавателей понижать требования при аттестации студентов и неизбежно ведет к снижению уровня подготовки специалистов.

Функция распределения студентов потока позволяет в любой момент времени найти количество студентов, знания которых «находятся» в интересующей области информационного пространства, например, в области координат от σ_1 до σ_2 (выделяя при этом, разумеется, целую часть):

$$N^* = N \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \Psi(\sigma; t) d\sigma,$$

где N – количество студентов на потоке; N^* – количество студентов, знания которых находятся в области координат от σ_1 до σ_2 .

Исследования эволюции функций распределения для других потоков всех факультетов МИЭТ показало, что функции распределения в информационном пространстве со временем во всех случаях сильно расплываются. По-видимому, такое поведение функций распределения имеет характер общей закономерности. Столь большая дисперсия знаний студентов в условиях дефицита времени и ограниченности численности профессорско-преподавательского коллектива вузов фактически ограничивает возможности по повышению уровня индивидуализации процесса обучения.

3.3. Особенности поведения математических ожиданий индивидуальных функций распределения

По мере приобретения знаний студентом в процессе обучения его индивидуальная функция распределения дви-

жется в информационном пространстве, а, следовательно, движется и математическое ожидание [36, 46]. Значение математического ожидания после каждого курса обучения будем находить как сумму математических ожиданий, т. е. фактически как сумму оценок, полученных студентом по всем дисциплинам, а именно

$$\mu_1 = \sum_1^n \mu_{1i}$$

где μ_{1i} – математическое ожидание индивидуальной функции распределения студента после сдачи i -го экзамена.

Поскольку на каждом курсе студенты сдают разное количество экзаменов, из соображений удобства анализа перейдем к безразмерным значениям математических ожиданий так, чтобы в каждом случае минимальное значение математического ожидания соответствовало «0», максимальное – «1»:

$$\mu_1^* = \frac{\mu_1 - \mu_1^{\min}}{\mu_1^{\max} - \mu_1^{\min}},$$

где μ_1^* , $\mu_1^{\min}$ и $\mu_1^{\max}$ – безразмерное, минимальное и максимальное значения математических ожиданий индивидуальных функций распределения соответственно.

На рис. 3.8 представлен спектр значений математических ожиданий индивидуальных функций распределения после обучения студентов на каждом курсе. Высота линий, соответствующих каждому значению математического ожидания, определяет число студентов, индивидуальная функция распределения которых имеет данное значение математического ожидания. На рисунке представлены также значения математических ожиданий индивидуальных функций распределения (оценок) студентов по их аттестату о среднем (полном) общем образовании, учи-

тывающие такие дисциплины, как математика, физика, химия, литература и русский язык, качество подготовки по которым определяет успешность обучения на техническом факультете.

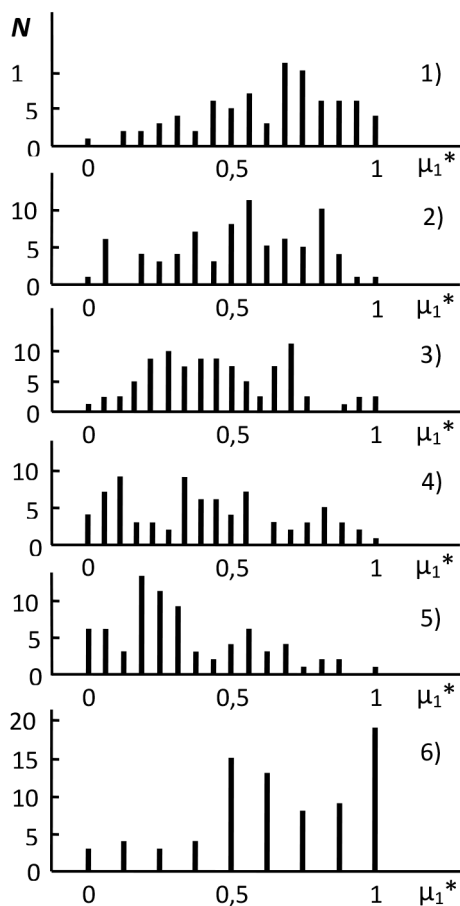


Рис. 3.8. Связь числа студентов потока с математическими ожиданиями их индивидуальных функций распределения:
1 – после 5 курса; 2 – после 4 курса; 3 – после 3 курса; 4 – после 2 курса;
5 – после 1 курса; 6 – по аттестату о среднем общем образовании

Из анализа данных, представленных на рис. 3.8, видно, что основной массе студентов по аттестату о среднем общем образовании соответствуют большие значения математических ожиданий их индивидуальных функций распределения, которые лежат в диапазоне от 0,5 до 1. Однако после первого курса ситуация меняется коренным образом, а именно теперь уже большинству студентов соответствуют малые значения математических ожиданий, находящиеся в диапазоне от 0 до 0,5. Это обусловлено, вероятно, тем, что студенты еще не успевают полностью адаптироваться к новым для них условиям обучения.

После второго года обучения на спектре математических ожиданий начинают просматриваться три характерные области: область математических ожиданий, соответствующая слабым студентам от 0 до 0,25; средним студентам от 0,25 до 0,8 и сильным студентам от 0,8 до 1. Начиная с третьего курса, идет существенное перераспределение численности студентов в пределах спектра возможных значений математических ожиданий так, что после пятого курса основной массе студентов соответствуют значения математических ожиданий, лежащие в диапазоне от 0,5 до 1, т. е. большинство студентов по формальным признакам переходят в категорию сильных студентов. Такое поведение математических ожиданий индивидуальных функций распределения согласуется с поведением функций распределения студенческих потоков, построенных на основе индивидуальных функций распределения (рис. 3.7).

Следует отметить, что, начиная с третьего курса обучения, начинает меняться список учебных дисциплин, а именно на смену фундаментальным дисциплинам приходят общетехнические и специальные дисциплины. Анализ учебных программ, фактического материала по лекциям, семинарам, лабораторным работам и результатов опроса студентов показал, что уровень фундаментализации обще-

технических и специальных дисциплин в большинстве случаев сравнительно низкий. В результате сильные студенты «не дорабатывают», а слабым студентам достаточно простого запоминания материала. Кроме того, как правило, занижаются требования к сдаче экзаменов. Опыт показывает, что именно такая ситуация и является основной причиной увеличения числа студентов на старших курсах, переходящих формально в категорию успевающих на хорошо и отлично.

3.4. Взаимодействие студенческой и профессорско-преподавательской подсистем

Полнота знаний студента непосредственно зависит от его взаимодействия с профессорско-преподавательским коллективом в процессе обучения. В [32] проведен анализ такого взаимодействия и установлено, что в линейном приближении скорость движения математического ожидания индивидуальных функций распределения студентов в информационном пространстве пропорциональна функции воздействия профессорско-преподавательского коллектива и обратно пропорциональна функции инертности, характеризующей неподатливость изменению положения математического ожидания в пространстве, а именно:

$$d \langle \sigma \rangle / dt = F / m ,$$

где $\langle \sigma \rangle$ – математическое ожидание индивидуальной функции распределения обучающегося; F – функция воздействия на обучающегося со стороны профессорско-преподавательского коллектива, зависящая от профессиональных и личностных характеристик каждого; m – функция, характеризующая инертность (неподатливость) обучающегося по отношению к изменению его положения в информационном пространстве и зависящая от личностных характеристик индивида.

Данное уравнение является фактически аналогом уравнения движения Аристотеля в механике, роль силы в котором выполняет функция воздействия, а массы – функция инертности. Следует отметить, что уравнение движения математического ожидания индивидуальной функции распределения является классически детерминированным и, следовательно, позволяет рассчитать для известных функций F и m положение математического ожидания в информационном пространстве в любой момент времени. Однако получение информации о свойствах этих функций представляет собой чрезвычайно сложную задачу и требует проведения глубоких психолого-педагогических исследований профессорско-преподавательской и студенческой подсистем.

3.5. Выводы

1. Дисперсия экспериментальных функций распределения потока студентов при переходе от курса к курсу увеличивается, а сами функции распределения начинают перекрываться. Перекрытие функций распределения становится уже существенным между вторым и третьим курсами, увеличиваясь при переходе к старшим курсам. Это свидетельствует о росте степени неоднородности по уровню знаний в студенческом коллективе.

2. Анализ распределения числа студентов по спектру значений математических ожиданий индивидуальных функций распределения после каждого курса обучения выявляет особенности в таком распределении и, следовательно, дает сигнал к необходимости проверки качества обучения и объективности оценки полноты знаний студентов.

ГЛАВА 4

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОВЕДЕНИЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ В ПРОЦЕССЕ ПОЛУЧЕНИЯ ЗНАНИЙ

4.1. Математическая модель обучающегося

Теоретические основы индивидуального вероятностно-статистического метода описания поведения обучающегося в процессе получения знаний изложены в работе [32] и получили дальнейшее развитие в ряде работ, среди которых можно отметить [33]. Функции распределения, которыми идентифицируются обучающиеся, являются решениями дифференциальных уравнений, полученных на основе закона сохранения вероятности. Они представляют собой уравнения непрерывности, связывающие изменения плотности вероятности за единицу времени в пространстве координат, скоростей и ускорений различных порядков с дивергенцией плотности потока вероятности. Эти уравнения имеют вид [35]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \Psi(\sigma; t)}{\partial t} + \text{div}_{\sigma}[\langle \dot{\sigma} \rangle \Psi(\sigma; t)] = 0, \\ & \frac{\partial \Psi(\sigma, \dot{\sigma}; t)}{\partial t} + \text{div}_{\sigma}[\dot{\sigma} \Psi(\sigma, \dot{\sigma}; t)] + \text{div}_{\dot{\sigma}}[\langle \ddot{\sigma} \rangle \Psi(\sigma, \dot{\sigma}; t)] = 0, \\ & \frac{\partial \Psi(\sigma, \dot{\sigma}, \ddot{\sigma}; t)}{\partial t} + \text{div}_{\sigma}[\dot{\sigma} \Psi(\sigma, \dot{\sigma}, \ddot{\sigma}; t)] + \text{div}_{\dot{\sigma}}[\ddot{\sigma} \Psi(\sigma, \dot{\sigma}, \ddot{\sigma}; t)] + \\ & \quad + \text{div}_{\ddot{\sigma}}[\langle \ddot{\sigma} \rangle \Psi(\sigma, \dot{\sigma}, \ddot{\sigma}; t)] = 0, \\ & \dots\dots\dots, \end{aligned} \tag{4.1}$$

где $\Psi(\sigma; t)$, $\Psi(\sigma, \dot{\sigma}; t)$ и $\Psi(\sigma, \dot{\sigma}, \ddot{\sigma}; t)$ – функции распределения, идентифицирующие обучающегося в информацион-

ном пространстве; σ , $\dot{\sigma}$, $\langle \dot{\sigma} \rangle$, $\ddot{\sigma}$, $\langle \ddot{\sigma} \rangle$, $\langle \ddot{\ddot{\sigma}} \rangle$ – координата, скорость, средняя скорость, ускорение первого порядка, среднее ускорение первого порядка и среднее ускорение второго порядка индивида соответственно; t – время.

Данная система состоит из бесконечного числа уравнений, и вопрос о том, какое из приведенных уравнений использовать для нахождения функции распределения, зависит от возможности получения данных о средних значениях скорости и ускорений различных порядков.

Следует отметить, что уравнения непрерывности (4.1) позволяют прогнозировать поведение индивидуальных функций распределения в пространстве и во времени, а, следовательно, и поведение индивидов, выполняющих определенную деятельность, поскольку последние идентифицируются этими функциями. Это есть проявление неклассического детерминизма, реализующегося через случайность.

Первое уравнение из системы дифференциальных уравнений (4.1) позволяет найти в явном виде функцию распределения, описывающую поведение обучающегося в координатном пространстве [58]. Найдем решение этого уравнения, записав его в следующем виде:

$$\frac{\partial \Psi(\sigma; t)}{\partial t} + \langle \dot{\sigma} \rangle \frac{\partial \Psi(\sigma; t)}{\partial \sigma} = 0. \quad (4.2)$$

Решением данного уравнения является функция аргумента $(\langle \dot{\sigma} \rangle t - \sigma)$, а именно,

$$\Psi(\sigma; t) = \Psi(\langle \dot{\sigma} \rangle t - \sigma). \quad (4.3)$$

В этом можно убедиться, подставив (4.3) в (4.2). Конкретный вид функции распределения найдем из анализа экспериментального материала. С этой целью воспользуемся экспериментальной функцией распределения, идентифицирующей обучающегося, полученной с помощью ИВС-метода по двадцатибалльной шкале и соответствующей 3 баллам по пятибалльной шкале (рис. 3.3). Данная функ-

ция распределения выбрана среди прочих функций в качестве модельной в связи с тем, что влияние границ шкалы измерения на нее незначительно поскольку она располагается на значительном удалении от этих границ.

На рис. 4.1 представлены экспериментальная функция распределения в виде гистограммы и предполагаемая теоретическая функция распределения в виде гладкой линии, аппроксимирующей гистограмму.

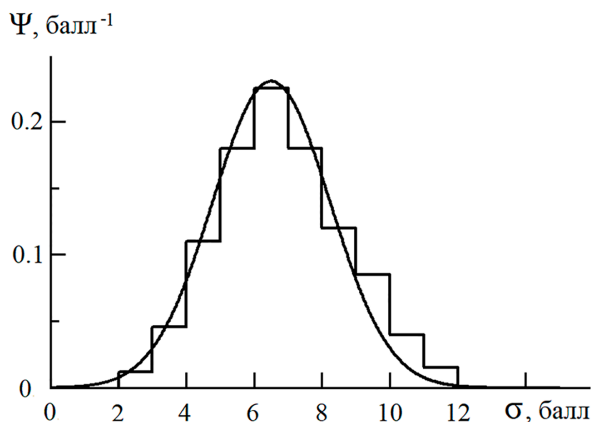


Рис.4.1. Функция распределения: экспериментальная (гистограмма); теоретическая (гладкая линия)

Экспериментальная функция распределения, представленная в виде гистограммы, была получена усреднением 28 индивидуальных функций распределения студентов, сдававших экзамен по физике. Установлено, что гистограмма хорошо аппроксимируется функцией распределения (гладкая линия), соответствующей закону нормального распределения:

$$\Psi(\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\mu}} \exp\left[-\frac{(\sigma - \langle \sigma \rangle)^2}{2\mu}\right], \quad (4.4)$$

где σ — координата; $\langle \sigma \rangle$ — математическое ожидание; μ — дисперсия.

При расчете функции распределения по формуле (4.4) хорошую аппроксимацию гистограммы удалось получить при $\langle \sigma \rangle = 6,5$ баллов и $\mu = 3$ балл². Тот факт, что функция распределения, идентифицирующая обучающегося в процессе получения знаний, соответствует закону нормального распределения, описывающему случайный характер поведения большого количества объектов, с математической точки зрения является естественным, поскольку математика анализирует общий характер поведения объектов, отвлекаясь от их природы. В данном случае общим является случайный характер поведения как отдельно взятого объекта (обучающегося), так и большого количества объектов.

4.2. Времязависимые функции распределения

Совместный анализ уравнений (4.3) и (4.4) позволяет записать в явном виде функцию распределения, идентифицирующую обучающегося:

$$\Psi(\sigma; t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\mu}} \exp \left[-\frac{(\langle \sigma \rangle t - \sigma)^2}{2\mu} \right]. \quad (4.5)$$

Функция (4.5) будет распространяться в информационном пространстве и во времени, не изменяя своей начальной формы. Это означает, что дисперсия функции распределения будет оставаться неизменной, а это противоречит экспериментальным данным. Информацию о характере изменения дисперсии функций распределения со временем получим из анализа эволюции экспериментальных функций распределения. Для этого сначала рассмотрим эволюцию экспериментальной функции распределения, полученной с помощью МВС-метода (рис. 4.2а), которая, как отмечалось выше, фактически является аппроксимацией истинной функции распределения (см. рис. 3.4). Это позволит найти зависимость дисперсии от времени, а затем

рассчитать теоретические функции распределения, идентифицирующие обучающегося, в соответствии с ИВС-методом, используя формулу (4.5) и найденную зависимость дисперсии от времени.

Воспользуемся пятибалльной системой измерения знаний, абсолютная погрешность в этом случае составляет 0,5 балла, а относительная – 10%. Построение функции распределения будем проводить в пересчете на одну учебную дисциплину в семестр в соответствии с [28]. Таким образом оценку обучающегося, получившего на экзамене 3 балла, следует записать с учетом погрешности в виде $(3,0 \pm 0,5)$ балла, где 3 балла – математическое ожидание. Это означает, что обучающийся идентифицируется функцией распределения, ширина которой равна 1 баллу, а высота – 1 балл^{-1} . Следовательно, после двухсеместрового года обучения ширина функции распределения составит 2 балла, после второго – 4 балла, после третьего – 6 баллов, после четвертого – 8 баллов и после пятого – 10 баллов. Средняя скорость перемещения математического ожидания составляет 6 баллов в год ($\langle \dot{\sigma} \rangle = 6 \text{ балл/год}$). Эволюция функции распределения по годам представлена на рис. 4.2.

Функции распределения, изображённые на рис. 4.2б, были рассчитаны по формуле (4.5) с использованием значений дисперсии, полученных путем нахождения моментов второго порядка прямоугольных функций распределения (рис. 4.2а).

Анализ данных, представленных на рис. 4.2, показывает, что функции распределения, полученные с помощью ИВС-метода, гораздо информативнее функций распределения, полученных традиционным МВС-методом. В рамках пятибалльной системы измерения из-за большой погрешности измерений невозможно ИВС-методом получить экспериментальные функции распределения, идентифицирующие обучающегося. Данная проблема решается

при переходе к системам измерения с бóльшей балльностью, например, к десятибалльной, двадцатибалльной, стобалльной системам измерения. Однако при анализе поведения большого количества обучающихся функции распределения, полученные ИВС-методом, можно аппроксимировать прямоугольными функциями, фактически совпадающими по форме с функциями распределения, полученными МВС-методом. Такой подход к получению экспериментальных функций распределения был реализован в [28, 32].

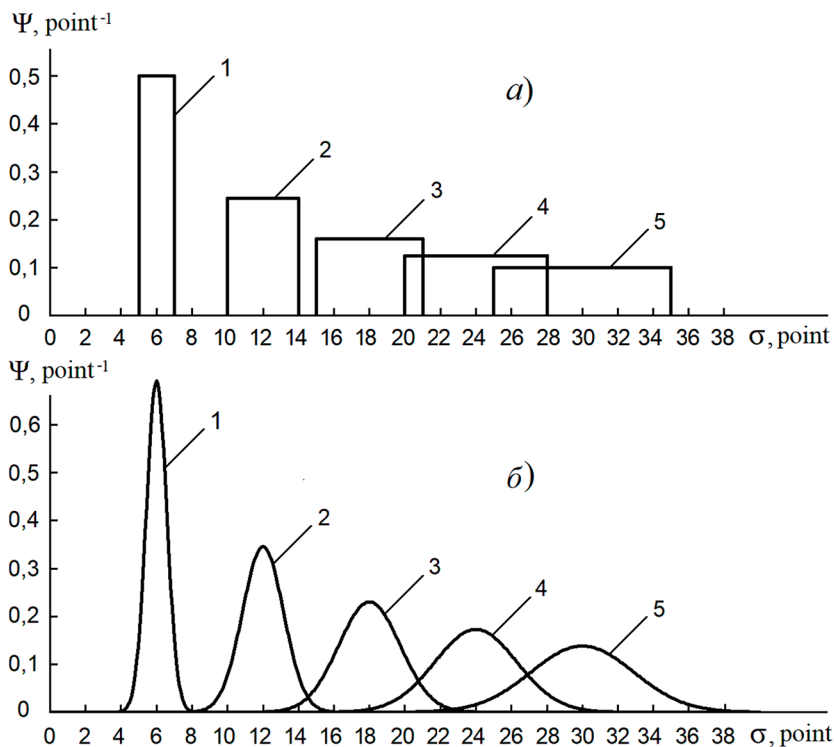


Рис.4.2. Эволюция функций распределения: а) – получены МВС-методом; б) – получены ИВС-методом. 1, 2, 3, 4, 5 – после первого, второго, третьего, четвертого, пятого годов обучения соответственно

На рис. 4.3 представлены экспериментальная и теоретическая функции распределения.

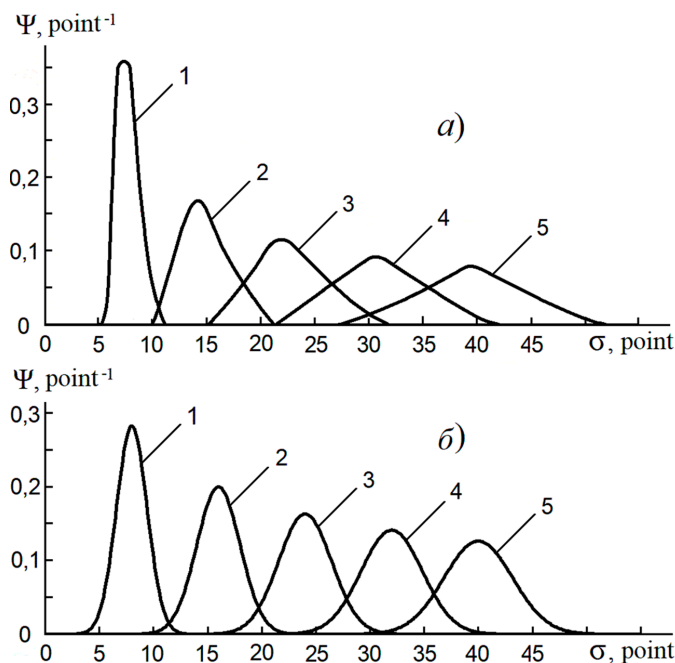


Рис. 4.3. Эволюция функций распределения:
 а) – экспериментальная, полученная МВС-методом;
 б) – теоретическая, полученная ИВС-методом.
 1, 2, 3, 4, 5 – после первого, второго, третьего, четвертого, пятого годов обучения соответственно

Экспериментальная функция распределения (рис.4.3а) взята из работы [28]. Эта функция была получена усреднением индивидуальных функций распределения потока студентов (78 человек). Видно, что по мере продвижения в информационном пространстве дисперсия функций распределения увеличивается, а сами функции распределения перекрываются, причем особенно сильно начиная с третьего года обучения. Троечники внесли вклад в хвостовую

часть функции распределения, а пятерочки – в головную часть. Под терминами «троечник», «четверчник» и «пятерчник» будем условно понимать студентов, получающих на экзаменах по пятибалльной системе в среднем три балла, четыре балла и пять баллов соответственно.

Анализ возможных теоретических функций распределения показал, что функция распределения, идентифицирующая четверчника (рис. 4.3б), при учете линейной зависимости математического ожидания от времени ($\langle \sigma \rangle = \langle \dot{\sigma} \rangle \cdot t$, где $\langle \dot{\sigma} \rangle = 8$ балл/год) и дисперсии от времени ($\mu = at$, где $a = 2$ балл²/год) хорошо согласуется с экспериментальной функцией распределения.

На рис. 4.4 представлены зависимости теоретических функций распределения от времени обучения, описывающие поведение троечника и пятерочника.

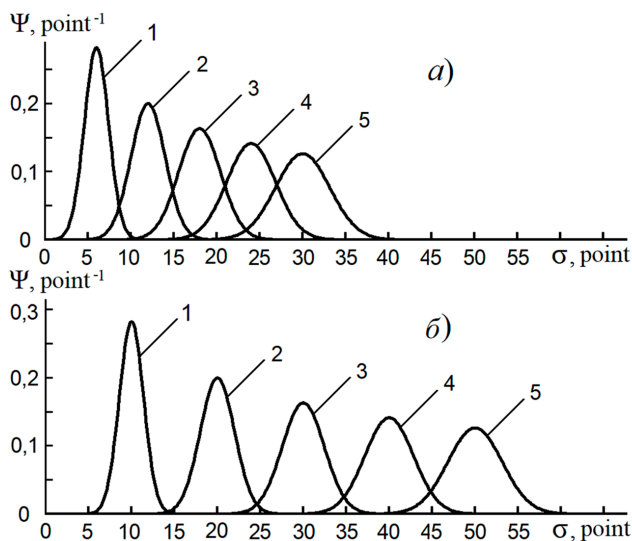


Рис. 4.4. Эволюция функций распределения:
 а) – идентифицирующей обучающегося троечника;
 б) – идентифицирующей обучающегося пятерочника.
 1, 2, 3, 4, 5 – после 1, 2, 3, 4, 5 годов обучения соответственно

При расчете функций распределения использовались линейные зависимости математического ожидания от времени, которые были равны 6 балл/год для троечника и 10 балл/год для пятерочника. Временная зависимость дисперсии принималась такой же, как и при расчете функции распределения для четверочника.

Анализ данных, приведенных на рис. 4.4, показал, что функции распределения, идентифицирующие троечника (рис.4.4а), сильно перекрываются, особенно на старших курсах. Это говорит о том, что троечник, образно говоря, как бы «застревает» в информационном пространстве. В то же время функции распределения, идентифицирующие пятерочника (рис. 4.4б), перекрываются слабо и значительно опережают функции распределения, идентифицирующие троечника. Это означает, что совместное обучение троечников и пятерочников нецелесообразно. Для обеспечения оптимальных условий реализации потенциальных возможностей слабых и сильных студентов в процессе получения образования целесообразно перейти к системе поэтапного обучения с ветвлением [37].

4.3. Стационарные функции распределения

Стационарные функции распределения – это функции распределения, которые не зависят от времени и характеризуют стационарное состояние объекта или системы. Следовательно, стационарному состоянию соответствует условие, при котором $\partial\Psi(\sigma;t)/\partial t = 0$. Тогда в соответствии с уравнением (4.2) будем иметь $\langle \dot{\sigma} \rangle d\Psi(\sigma)/d\sigma = 0$. В этом случае имеют место два решения: первое соответствует условию $\langle \dot{\sigma} \rangle = 0$, второе – условию $d\Psi(\sigma)/d\sigma = 0$.

В первом случае производная функции распределения от координаты может определяться произвольной функцией

координаты, а именно, $d\Psi(\sigma)/d\sigma = f(\sigma)$, где $f(\sigma)$ – произвольная функция. Для нахождения функции распределения воспользуемся следующим интегральным преобразованием

$$\Psi(\sigma) = \int f(\sigma) d\sigma + const.$$

В главе 5 данной книги рассмотрен метод нахождения функции распределения для данного случая и найдена сама функция.

Рассмотрим второе стационарное решение, соответствующее условию $d\Psi(\sigma)/d\sigma = 0$. Решением данного уравнения является функция независая от σ , а именно, $\Psi(\sigma) = 1/\sigma_{\text{макс}}$ (рис. 4.5)

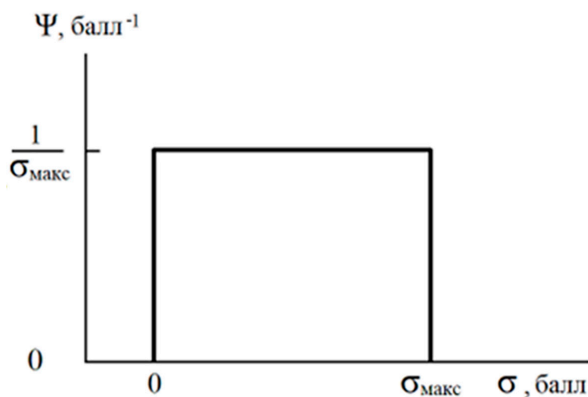


Рис. 4.5. Стационарная функция распределения

Эта функция распределения одинакова как для слабых, так и для сильных студентов. Это означает, что процесс перехода системы к стационарному состоянию должен длиться сколь угодно долго, чтобы не только сильные обучающиеся могли бы усвоить материал конкретной учебной дисциплины, но и слабые обучающиеся.

4.4. Сравнительный анализ поведения человека в процессе деятельности и квантового объекта

Особенности поведения человека в процессе деятельности рассмотрим на примере поведения обучающегося в процессе получения знаний. В разделе 4.1 приведена система дифференциальных уравнений (4.1), решениями которых являются функции распределения, идентифицирующие обучающегося в процессе получения знаний (рис. 4.2–4.4). Следует отметить, что данная система дифференциальных уравнений является универсальной и может быть использована для анализа поведения человека в процессе любой деятельности, если известны свойства и метрика пространства, в котором эта деятельность происходит.

Теперь рассмотрим особенности поведения квантовых объектов. Один из наиболее эффективных способов описания поведения квантовых микрочастиц основан на использовании уравнения Шредингера [8]:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Phi + U\Phi = i\hbar\frac{\partial\Phi}{\partial t}, \quad (4.6)$$

где $\Phi = \Phi(x, y, z; t)$ – волновая функция; $U = U(x, y, z)$ – оператор потенциальной энергии; m – масса микрочастицы;

$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа, действие которого сводится к получению вторых частных производных от функции по координатам; $\hbar = h / 2\pi$, где h – постоянная Планка; $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица; x, y, z – координаты; t – время.

Сама волновая функция, являющаяся решением уравнения Шредингера, физического смысла не имеет, физический смысл имеет квадрат модуля этой функции. Квадрат модуля нормированной волновой функции определяет

плотность вероятности, т. е. вероятность обнаружить частицу в единичном объеме пространства:

$$w = |\Phi|^2 = \Phi \Phi^*,$$

где w — плотность вероятности; Φ^* — комплексно сопряженная волновая функция.

Отсюда непосредственно следует, что интеграл от плотности вероятности, взятый по всему объему, должен равняться единице:

$$\int_{\infty} w dv = \int_{\infty} \Phi \Phi^* dv = 1,$$

где v — объем.

Используя закон сохранения вероятности, запишем уравнение непрерывности относительно плотности вероятности:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{J} = 0, \quad (4.7)$$

где $\vec{J}$ — плотность потока вероятности.

Уравнение (4.7) можно получить и на основе совместно-го преобразования уравнений Шредингера для волновой функции Φ и комплексно сопряженной волновой функции Φ^* , причем в этом случае удастся найти в явном виде выражение для плотности потока вероятности [8]:

$$\vec{J} = \frac{i\hbar}{2m} (\Phi \nabla \Phi^* - \Phi^* \nabla \Phi),$$

где $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}$ — оператор Гамильтона (набла);

$\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ — единичные векторы вдоль осей x , y , z соответственно.

В настоящее время математический аппарат для решения уравнения Шредингера хорошо разработан и позволяет получать решения, характеризующие поведение как

отдельных микрочастиц, так и целых квантовых систем. В качестве примера на рис. 4.6 изображена радиальная плотность вероятности w_r нахождения электрона в атоме водорода, полученная расчетным путем на основе решения уравнения Шредингера [8], где r – радиус; $r_0 = 0,529 \cdot 10^{-10}$ м – боровский радиус. Под радиальной плотностью вероятности понимается вероятность найти электрон в шаровом слое единичной толщины.

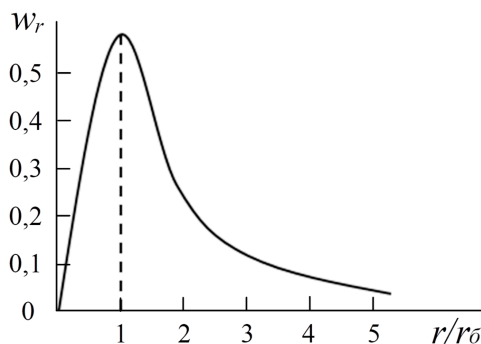


Рис. 4.6. Радиальная плотность вероятности нахождения электрона в атоме водорода в основном состоянии

Анализ данной радиальной плотности вероятности показывает, что ее максимальное значение приходится на расстояние от ядра атома водорода, равное радиусу Бора. Однако вероятность нахождения электрона на боровской орбите равна нулю, т. к. толщина шарового слоя, соответствующего орбите равна нулю.

Из вышесказанного следует, что детерминизм поведения как человека, так и квантовых микрочастиц реализуется через случайность. Это является отражением единства Мира в целом и, как следствие, универсальности его фундаментальных законов. Тем не менее, исследуемые объек-

ты обладают индивидуальными природными особенностями, которые сказываются на их поведении. Остановимся подробно на этих особенностях [54].

Каждый человек с точки зрения психических и соматических процессов, протекающих в нем, индивидуален, а это, как отмечалось выше, характеризует различный уровень развития сознания каждого, что сказывается на особенностях его поведения и, следовательно, в данном случае действует так называемый принцип «различимости». В соответствии с этим принципом можно теоретически, решая необходимые уравнения из системы (4.1), и экспериментально проследить за поведением каждого индивида в отдельности. В квантовой механике для микрочастиц одного сорта действует принцип «неразличимости», в соответствии с которым все микрочастицы тождественные и их невозможно отличить друг от друга.

Система уравнений (4.1) позволяет описать случайный характер поведения человека не только в координатном информационном пространстве, но и в информационном пространстве скоростей и ускорений различных порядков, в то время как с помощью уравнения Шредингера (4.6) и, соответствующему ему уравнению непрерывности (4.7), можно описать случайный характер поведения квантового объекта только в координатном пространстве. По своей сути уравнение (4.7) тождественно первому уравнению из системы уравнений (4.1). Отличия состоят лишь в форме записи выражений для плотности потока вероятности, которые отражают особенности объектов исследования (человека и квантовой микрочастицы). Из проведенного анализа следует, что с научной точки зрения поведение человека при выполнении им той или иной деятельности гораздо богаче и интересней, чем поведение квантовых микрочастиц.

4.5. Предложения по оптимизации структуры системы высшего образования

Темпы социально-экономического развития общества во многом определяются качеством системы образования. В настоящее время высшее образование в России вступило в острую фазу кризиса, когда профессиональные качества выпускников высших учебных заведений (бакалавров, магистров и специалистов) в основной своей массе находятся на низком уровне. Это оказывает негативное влияние на темпы социально-экономического развития общества. Многие представители различных слоев общества считают, что кризисные явления в образовании начались с момента присоединения России в 2003 году к Болонскому процессу. Однако это не соответствует действительности. Кризис высшего образования начался еще в 1980-е годы в СССР и стал носить перманентный характер вплоть до наших дней, несмотря на череду реформ, которые должны были, как казалось, изменить ситуацию к лучшему.

С начала 1980-ых годов в СССР все отчетливее стали проявляться кризисные явления в социально-экономической сфере, выражающиеся в сильном падении темпов роста экономики. К середине 1980-ых годов стало ясно, что развитие экономики, как и других сфер жизни страны, сдерживается административно-командной системой управления. Политическое руководство страны во главе с М.С. Горбачевым приняло решение о проведении политических реформ в стране под общим названием «Перестройка и гласность» (1987-1989 годы), которые должны были создать благоприятные условия для развития экономики.

Реформы коснулись и системы образования. Так, в постановлении ЦК КПСС и Совета министров СССР «Основные направления перестройки высшего и среднего специального образования в стране», опубликованном в марте

1987 года, в постановлении февральского 1988 года Пленума ЦК КПСС «О ходе перестройки средней и высшей школы и задачах партии по ее осуществлению, в материалах декабрьского 1988 года Всесоюзного съезда работников народного образования и в других материалах ставился вопрос о необходимости совершенствования подготовки высшими учебными заведениями страны для народного хозяйства специалистов высокой квалификации. С целью решения поставленной задачи проводились в жизнь отдельные мероприятия. Однако, в целом они носили косметический характер и оказывались малоэффективными.

Ситуация с реформированием высшего образования в стране стала существенно меняться после опубликования в 1988 году работы [27], в которой была предложена альтернативная структура системы непрерывной подготовки высшими учебными заведениями специалистов высокой квалификации, суть которой состояла в переходе на поэтапное обучение с ветвлением после каждого этапа. Концепция поэтапного обучения с ветвлением появилась в результате теоретических и экспериментальных исследований поведения обучающегося в процессе получения знаний. Эта концепция получила дальнейшее развитие и в современном виде представлена в работе [37].

В основе концепции поэтапного обучения с ветвлением лежит вероятностно-статистическая модель обучающегося, в соответствии с которой, как отмечалось выше, обучающийся идентифицируется функцией распределения, распространяющейся в информационном пространстве по мере получения знаний обучающимся. Экспериментальные и теоретические исследования поведения функций распределения по мере их продвижения в информационном пространстве (рис. 3.7, 4.3 и 4.4) показали, что функции распределения, соответствующие второму и третьему, третьему и четвертому, четвертому и пятому годам обучения

начинают перекрываться, причем перекрытие увеличивается с каждым последующим годом.

Это, как отмечалось выше, свидетельствует о том, что объем знаний, которыми владеет слабый студент старшего курса (его индивидуальная функция распределения находится в «хвосте» функции распределения для потока студентов), может быть значительно меньше объема знаний, которыми владеет сильный студент младшего курса.

Большая дисперсия функций распределения, увеличивающаяся от курса к курсу, говорит о большой неоднородности уровня знаний в студенческом коллективе, что создает определенные трудности при проведении учебных занятий. Как отмечалось выше, преподаватель в этом случае, как правило, ориентируется на средних студентов, а это сказывается на учебе как сильных, так и слабых студентов. Сильные студенты работают ниже своих возможностей, а слабые студенты не в состоянии качественно усвоить учебный материал, что приводит к еще большей неоднородности студенческого коллектива. Такая ситуация вынуждает преподавателей понижать требования при аттестации студентов и неизбежно ведет к снижению уровня подготовки выпускников вузов. С целью повышения качества обучения студентов в работе [27] была предложена альтернативная структура системы непрерывной подготовки высшими учебными заведениями специалистов высокой квалификации, в основе которой лежал принцип поэтапности обучения с ветвлением.

Сильное перекрывание функций распределения уже после второго и третьего курсов означает, что на третьем курсе поток студентов становится существенно неоднородным (функция распределения имеет большую дисперсию) и эффективность обучения снижается. Для повышения эффективности образовательного процесса в [27] было предложено выделять квазиоднородные по уровню

знаний подсистемы студентов и затем отдельно с каждой подсистемой проводить процесс обучения, т. е. перейти на поэтапное обучение с ветвлением (рис. 4.7). Видно, что предложенная структура высшего образования предполагает два ветвления и пять этапов непрерывного образования: бакалавриат, магистратуру, специалитет со средним образованием, специалитет с высшим образованием и докторантуру. В данной структуре непрерывного высшего образования отсутствует аспирантура, т. к. предполагалось передать ее функции в основному магистратуре и частично докторантуре. Подробно особенности данной альтернативной структуры системы высшего образования рассмотрены в [32].

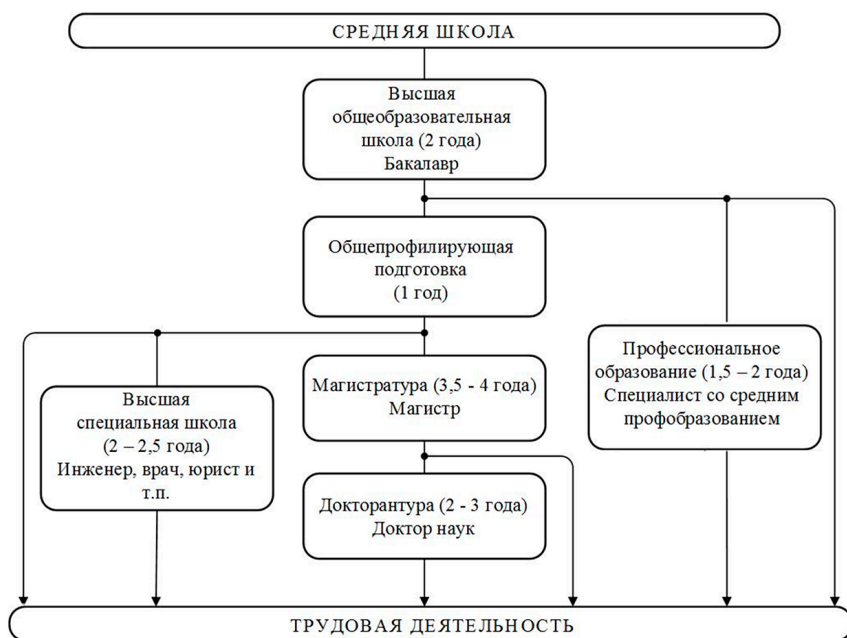


Рис. 4.7. Блок-схема структуры системы непрерывного высшего образования в соответствии с [27]

Результаты работы [27] докладывались на международных и всесоюзных научных конференциях, а также в Комитете Гособразования СССР, НИИ проблем высшей школы, НИИ общей педагогики АПН СССР, Институте психологии АН СССР и ряде других организаций и были рекомендованы к внедрению. Однако в СССР внедрение не состоялось, так как СССР распался на ряд независимых государств. 6 февраля 1992 года учреждения Комитета Гособразования СССР вошли в состав Министерства науки, высшей школы и технической политики Российской Федерации и уже через месяц 13 марта 1992 года вышло Постановление № 13 Министерства «О введении многоуровневой структуры высшего образования в Российской Федерации». Схематично данная структура представлена на рис. 4.8.

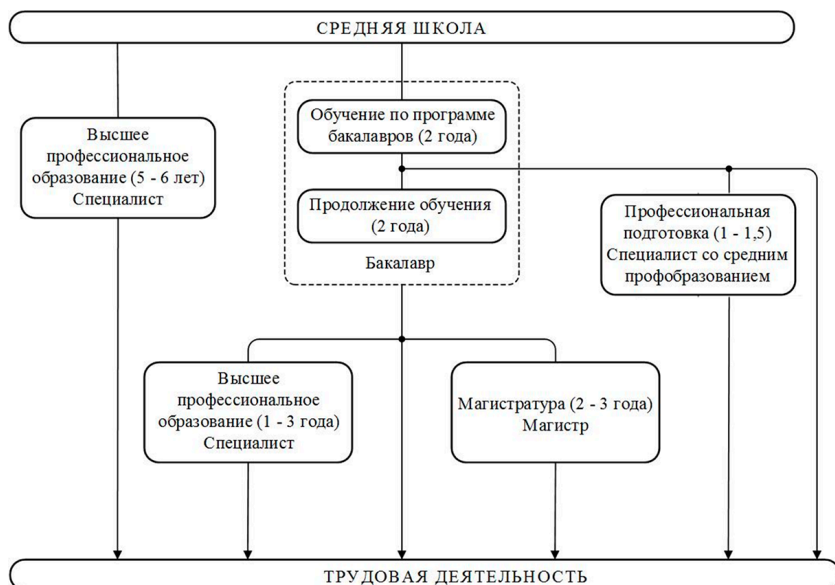


Рис. 4.8 Блок-схема структуры системы высшего образования в соответствии с Постановлением № 13 Министерства высшей школы и технической политики РФ

Анализ структуры системы высшего образования, введенной постановлением Министерства науки, высшей школы и технической политики Российской Федерации, показал, что по своей сути она идентична структуре системы высшего образования, предложенной в работе [27]. 10 июля 1992 года был принят Закон Российской Федерации № 3266-1 «Об образовании», который фактически отменил поэтапность обучения с ветвлением и установил следующие образовательные уровни в высшей школе и соответственно квалификации: 1) бакалавр на базе среднего образования; 2) специалист на базе среднего образования и 3) магистр на базе бакалавриата (рис. 4.9).

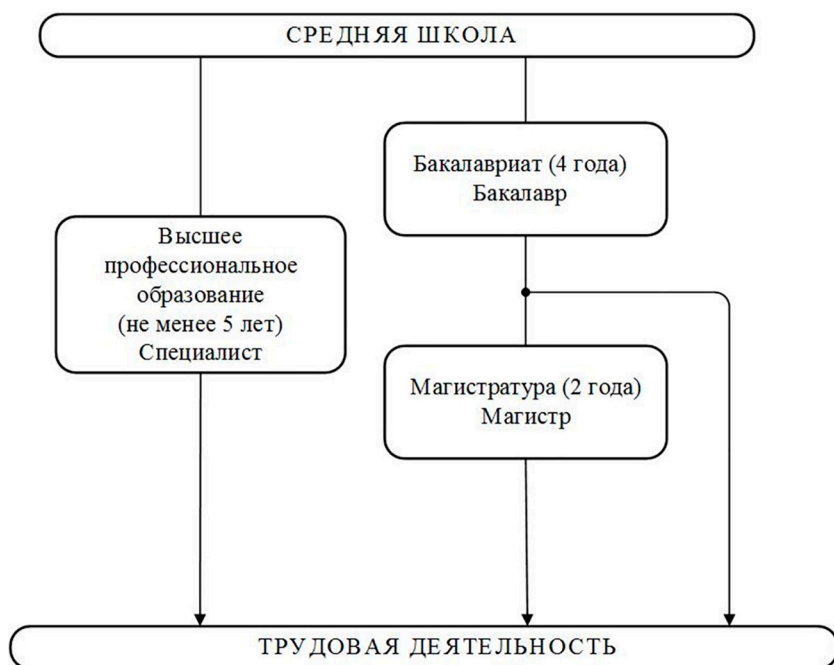


Рис. 4.9. Блок-схема структуры системы высшего образования в соответствии с Законом Российской Федерации «Об образовании»

Этот закон появился на семь лет раньше Болонской декларации от 1999 года, в соответствии с которой провозглашалось создание единой общеевропейской двухступенчатой модели высшего образования – бакалавриата и магистратуры [12]. В 2003 году в Берлине на третьей встрече министров образования в Болонский процесс вступила Россия [16] при сохранении действия закона РФ «Об образовании» от 1992 года.

Закон «Об образовании» фактически отменил научно обоснованную поэтапность обучения с ветвлением, содержащуюся в Постановлении № 13 Министерства науки, высшей школы и технической политики Российской Федерации «О введении многоуровневой структуры высшего образования в Российской Федерации». Это означает, что этот закон содержит в себе внутренние противоречия, которые не позволяют достигать высоких показателей эффективности образовательного процесса. С целью устранения противоречий в [45] была предложена альтернативная структура системы высшего образования, в основе которой лежит поэтапность обучения с ветвлением (рис. 4.10). Длительность каждого из этапов здесь не превышает двух лет. Это особенно важно для бакалавриата, так как к концу второго года обучения студенты, как правило, адаптируются к процессу обучения, и можно уже судить об объеме и уровне их знаний и потенциальных возможностях каждого. В ряде случаев четко наблюдается расслоение в студенческих потоках на сильных, средних и слабых студентов по уровню знаний [46].

Немало важным также является тот факт, что у студентов к этому времени уже относительно высокий уровень гражданской и социальной активности. Они критически оценивают свое положение в студенческой группе, учебном заведении и в обществе в целом, задумываются над тем, правильно ли выбрана их будущая профессия. Часть сту-

дентов испытывает чувство разочарования и желала бы изменить свое положение, например, перейти в другое высшее учебное заведение и там продолжить обучение или на данном этапе закончить процесс обучения. Для слабых студентов, а также и для всех желающих, предоставляется возможность получить среднее профессиональное образование.

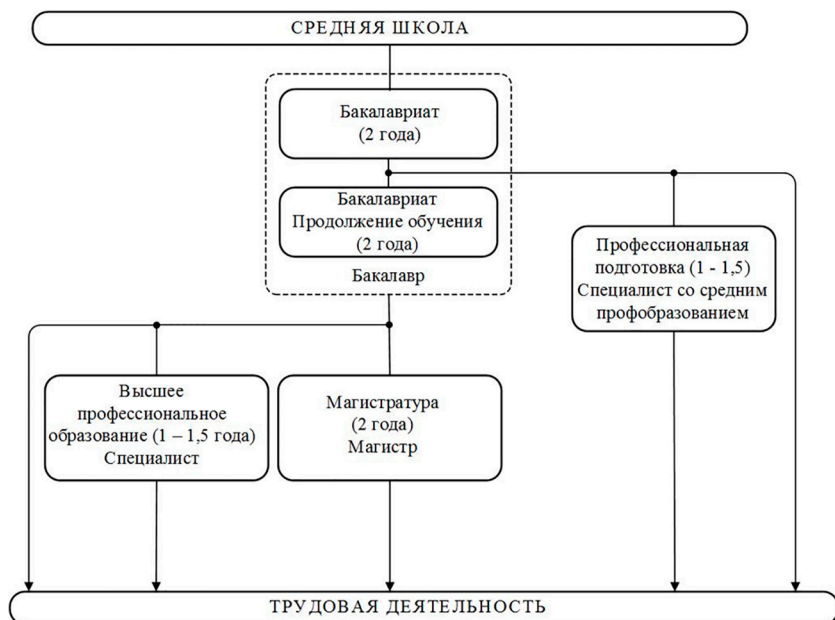


Рис. 4.10. Блок-схема структуры системы высшего образования с учетом поэтапности обучения с ветвлением в соответствии с [45]

Одним из звеньев непрерывной подготовки специалистов высокой квалификации в высших учебных заведениях является аспирантура, в которой готовятся кадры для научной и научно-педагогической деятельности. В работе [43] проведен количественный и качественный анализ основных показателей деятельности аспирантуры за период

с 2010 года по 2021 год, результаты которого свидетельствуют об их отрицательной динамике. Отмечается, что число организаций, осуществляющих подготовку аспирантов, уменьшилось в 3,4 раза, прием аспирантов сократился в 1,9 раза, выпуск из аспирантуры – в 2,4 раза, в том числе с защитой диссертации – в 6,4 раза. В этот период предпринимались усилия по реформированию аспирантуры, в том числе и с переводом аспирантуры в 2014 году из статуса программ послевузовского образования в статус программ третьего уровня высшего образования. Однако, положительного влияния на эффективность работы аспирантуры эти реформы не оказали. Это означает, что аспирантура в России находится в глубоком кризисе, который носит системный характер. Кризис охватил не только вузовскую аспирантуру, но и аспирантуру в научно-исследовательских организациях.

Кризис аспирантуры начался задолго до образования Российской Федерации. Он начал проявляться еще 1980-х годах в СССР. Кризис носит затяжной и, вероятно, неразрешимый характер. Проблемы аспирантуры кроются в ней самой, она неуклонно превращается в рудимент, не способный функционировать в быстро меняющемся мире. В связи с этим для решения проблемы аспирантуры необходимо применить радикальную меру – упразднить институт аспирантуры с передачей основных ее функций магистратуре и частично докторантуре, как это предлагалось сделать еще в 1988 году в работе [27]. Учитывая вышесказанное можно предложить следующую структуру системы высшего образования (рис. 4.11).

Отличительной особенностью данной структуры системы высшего образования является двухэтапность магистратуры. Предполагается, что первый двухгодичный этап должен быть предназначен для процесса обучения, а второй двухгодичный этап – для работы над диссертацией. После

успешной защиты диссертации магистранту должна присуждаться ученая степень магистра наук. В связи с этим ученая степень кандидата наук должна быть упразднена. Такое реформирование магистратуры бесспорно повысит ее статус и привлечет в магистратуру талантливую молодежь, а страна в результате получит научные и научно-педагогические кадры высокой квалификации. Для магистрантов, не пожелавших работать над диссертацией, должна быть предоставлена возможность либо покинуть магистратуру с документом о прохождении учебной программы магистратуры без защиты диссертации, либо перейти в специалитет для получения дополнительных знаний, умений и навыков специалиста (инженера, врача и т. п.).

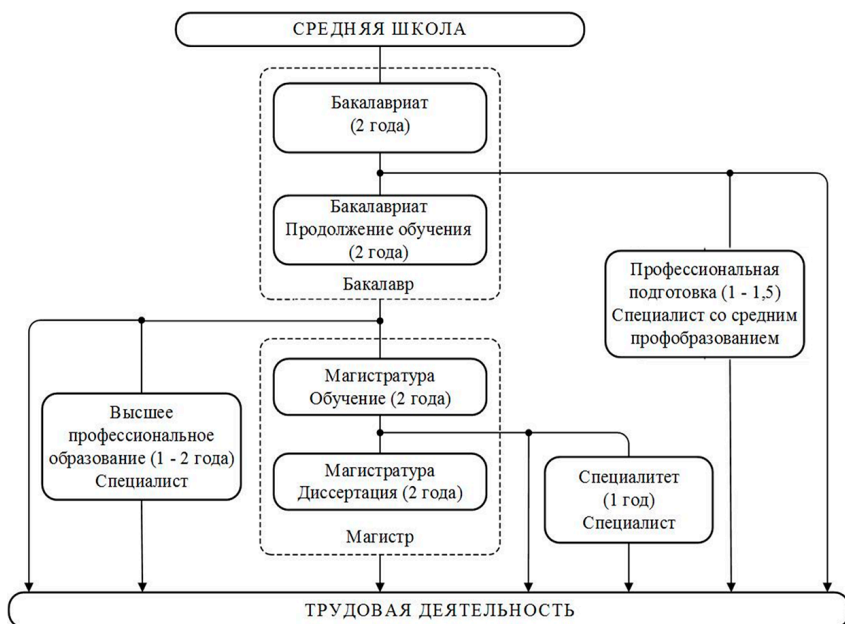


Рис. 4.11. Блок-схема альтернативной структуры системы высшего образования

Структура системы высшего образования является лишь формой, которую необходимо наполнить содержанием. В связи с кризисным состоянием российской системы высшего образования и выходом России из Болонского соглашения все чаще звучат призывы возвратиться к советской системе высшего образования. На наш взгляд, делать это в полном объеме нецелесообразно, да и невозможно, т. к. это противоречило бы либерально-демократическим преобразованиям политической, экономической, социальной и других сфер жизни общества. Однако, советская система высшего образования имела определенные достижения, которые должны быть учтены при реформировании. Здесь прежде всего следует отметить высокую степень фундаментализации обучения, в основе которой лежало изучение на младших курсах фундаментальных основ высшей математики, физики, химии, биологии, этнографии, лингвистики и т. п. в зависимости от направления подготовки кадров, а на старших курсах – прохождение практики в научных учреждениях или на передовых предприятиях народного хозяйства.

Болонская система образования имеет большие достижения в педагогической теории и практике, недооцененные в полной мере российской системой высшего образования, среди которых необходимо отметить следующие:

– субъект-субъектный тип системы образования, где равноправными субъектами являются преподаватель и студент. Формат образования – “learning” (“учение”), студент учится. Он активен и сам решает, чему и как ему следует учиться, а преподаватель наблюдает за студентом, помогая ему и направляя его активность в нужную сторону. Этот формат образования развивается в сторону усиления роли студента и фактически переходит в формат “student-centered learning” (“студентоцентрированное учение”) [7, 11, 13];

– модульно-рейтинговая технология процесса образования, включающая модульную систему обучения и балльно-

рейтинговую систему оценки деятельности и достижений студента. Разбиение учебных дисциплин на тематические модули позволяет студенту самостоятельно строить траекторию обучения, а балльно-рейтинговая система оценки знаний позволяет обучающемуся контролировать успеваемость на каждом этапе обучения [41, 42];

– кредит-система, как системный способ описания образовательных программ путем присвоения в качестве меры трудоемкости учебной работы определенного количества единиц трудоемкости (кредитов), Кредит-система является основой модульно-рейтинговой технологии процесса образования и способствует индивидуально-ориентированной организации учебного процесса [42].

Из вышесказанного следует, что реформирование российской системы высшего образования должно носить системный характер, охватывающий все образовательные ступени и учитывающий теоретические и практические достижения советской, российской, болонской и в целом мировой систем образования.

4.6. Выводы

1. Вероятностно-статистическая модель обучающегося – это математическая модель, в соответствии с которой обучающийся идентифицируется функцией распределения, движущейся в информационном пространстве по мере получения знаний обучающимся. Теоретические функции распределения являются решениями системы дифференциальных уравнений, представляющих собой уравнения непрерывности относительно плотности вероятности.

2. Поведение теоретических функций распределения, идентифицирующих обучающихся, в пространстве и во времени хорошо согласуется с поведением экспериментальных функций распределения

3. Детерминизм поведения как человека, движущегося во время получения знаний в информационном пространстве, так и квантового объекта, движущегося в обычном пространстве, реализуется через случайность.

4. В квантовой механике для микрочастиц одного типа действует принцип «неразличимости», в соответствии с которым все микрочастицы одного типа тождественные и их невозможно отличить друг от друга. В то время как каждый человек с точки зрения психических и соматических процессов, протекающих в нем, индивидуален и, следовательно, в данном случае действует принцип «различимости». Это означает, что можно наблюдать за деятельностью каждого человека в отдельности.

5. Принцип поэтапности обучения с ветвлением в высшем учебном заведении создает условия для оптимизации структуры системы высшего образования с точки зрения обеспечения качества подготовки специалистов на различных этапах обучения. Ветвление позволяет после каждого этапа обучения выделять однородные по уровню освоения учебных дисциплин студенческие подсистемы и обеспечивать наилучшие условия для реализации потенциальных возможностей каждого обучающегося.

ГЛАВА 5

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

5.1. Модельные функции распределения

Учет фактора случайности в процессе усвоения индивидуом информации, как отмечалось выше, реализуется в вероятностно-статистической модели обучающегося, в соответствии с которой обучающийся идентифицируется функцией распределения в информационном пространстве [35]. В разделе 4.3 данной книги на основе решения уравнения непрерывности для стационарного состояния найдены два решения для стационарных функций распределения. Первое решение представляет собой прямоугольную функцию, имеющую одинаковые значения в пределах шкалы измерения. Это решение является тривиальным и не представляет практического интереса. Второе решение является интегральным и не позволяет однозначно в явном виде найти истинную стационарную функцию распределения, идентифицирующую обучающегося.

В связи с невозможностью построения истинной функции распределения воспользуемся методом приближения, позволяющим строить так называемые *модельные функции распределения*, т.е. функции, свойства которых близки к свойствам истинных функций распределения [38]. В качестве модельных функций удобно использовать ступенчатые функции [17, 55]. В нулевом приближении такой функцией является одноступенчатая (прямоугольная) функция, которая соответствует равномерному распределе-

нию плотности вероятности по всей шкале. Такая функция, как отмечалось выше, является тривиальной и не представляет практического интереса. Для решения поставленной задачи в качестве модельной функции распределения в первом приближении может быть использована двухступенчатая функция.

На рис. 5.1 представлены на качественном уровне изображения «условно истинной» (произвольно взятой) и соответствующей ей модельной двухступенчатой функций распределения.

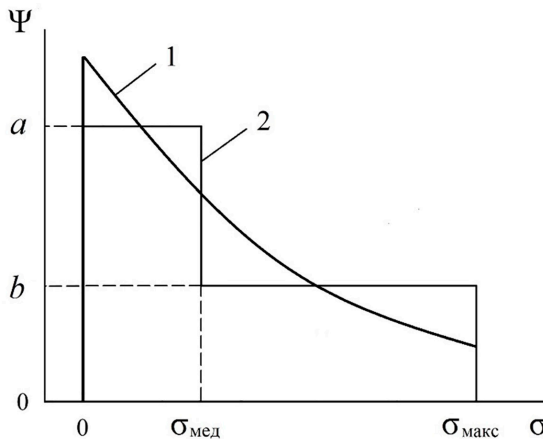


Рис. 5.1. Функции распределения: 1 — истинная; 2 — модельная

С целью построения модельной функции распределения в [55] найдены связи между коэффициентами a и b , математическим ожиданием $\langle \sigma \rangle$ и медианой $\sigma_{\text{мед}}$. Для придания универсальности функции распределения $\Psi(\sigma)$ и указанным связям (независимости от конкретных шкал измерения) функция распределения и все параметры были представлены в безразмерном виде ($\Psi^*(\sigma^*) = \Psi(\sigma)\sigma_{\text{макс}}$, $\sigma^* = \sigma / \sigma_{\text{макс}}$, $a^* = a\sigma_{\text{макс}}$, $b^* = b\sigma_{\text{макс}}$, $\sigma_{\text{мед}}^* = \sigma_{\text{мед}} / \sigma_{\text{макс}}$, $\langle \sigma \rangle^* = \langle \sigma \rangle / \sigma_{\text{макс}}$).

Изображение модельной функции распределения в безразмерных координатах представлено на рис. 5.2.

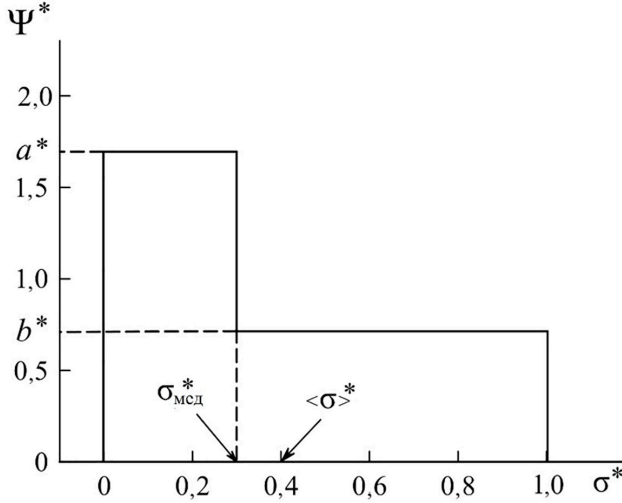


Рис. 5.2. Модельная двухступенчатая функция распределения в безразмерных координатах

Для нахождения указанных параметров воспользуемся условием, что вероятность найти обучающегося во всем пространстве равна единице – уравнение (5.1), и свойством медианы, делящей функцию распределения на две равные части относительно вероятности найти обучающегося в информационном пространстве – уравнение (5.2):

$$a^* \sigma_{мед}^* + b^* (1 - \sigma_{мед}^*) = 1, \quad (5.1)$$

$$a^* \sigma_{мед}^* = b^* (1 - \sigma_{мед}^*). \quad (5.2)$$

Решая совместно (5.1) и (5.2), получим:

$$a^* = 0,5 / \sigma_{мед}^* \quad \text{и} \quad b^* = 0,5 / (1 - \sigma_{мед}^*). \quad (5.3)$$

Математическое ожидание найдем как среднее значение координаты, которое с учетом (5.1) и (5.2) будет иметь вид:

$$\langle \sigma \rangle^* = 0,5[a^* (\sigma_{\text{мед}}^*)^2 + b^* (1 - (\sigma_{\text{мед}}^*)^2)]. \quad (5.4)$$

В связи с тем, что при определении полноты знаний обучающегося измеряется математическое ожидание, найдем связь между математическим ожиданием и медианой, решая совместно (5.3) и (5.4):

$$\langle \sigma \rangle^* = 0,5\sigma_{\text{мед}}^* + 0,25. \quad (5.5)$$

Из анализа (5.3) и (5.5) следует, что при $\sigma_{\text{мед}}^* = 0$ параметры a^* , b^* и $\langle \sigma \rangle^*$ приобретают следующий вид:

$$a^* = 0,5\delta(\sigma^* - 0), \quad b^* = 0,5, \quad \langle \sigma \rangle^* = 0,25,$$

где $\delta(\sigma^* - 0)$ – дельта-функция Дирака, равная бесконечности при $\sigma^* = 0$ и равная нулю при $\sigma^* \neq 0$.

Интеграл от дельта-функции в пределах от нуля до максимального значения шкалы равен единице. Аналогичная ситуация и при $\sigma_{\text{мед}}^* = 1$:

$$a^* = 0,5, \quad b^* = 0,5\delta(\sigma^* - 1), \quad \langle \sigma \rangle^* = 0,75.$$

На практическое использование формулы (5.5) накладываются ограничения, обусловленные погрешностью измерения математического ожидания и медианы. Предположим, что абсолютная погрешность безразмерной медианы составляет $(\Delta\sigma)^* = \Delta\sigma / \sigma_{\text{МАКС}} = \delta\sigma$, а так как значение ширины левой ступеньки модельной функции распределения совпадает со значением медианы ($d^* = \sigma_{\text{мед}}^*$, где $d^* = d / \sigma_{\text{МАКС}}$ – безразмерная ширина левой ступеньки модельной функции распределения), то минимальная ширина левой ступеньки функции распределения равна $d_{\text{МИН}}^* = \delta\sigma$, а максимальная ширина – $d_{\text{МАКС}}^* = (1 - \delta\sigma)$. От-

сюда следуют ограничения на возможные значения медианы, которые можно записать в виде

$$\delta\sigma \leq \sigma_{\text{мед}}^* \leq (1-\delta\sigma). \quad (5.6)$$

Тогда из неравенства (5.6) и уравнения (5.5) следуют ограничения на значения безразмерного математического ожидания:

$$0,5(0,5 + \delta\sigma) \leq \langle \sigma \rangle^* \leq (0,75 - 0,5\delta\sigma). \quad (5.7)$$

Решая совместно (5.3) и (5.5), получим зависимости a^* и b^* и $\sigma_{\text{мед}}^*$ от $\langle \sigma \rangle^*$:

$$a^* = 0,5 / (2\langle \sigma \rangle^* - 0,5); \quad b^* = 0,5 / (1,5 - 2\langle \sigma \rangle^*);$$

$$\sigma_{\text{мед}}^* = 2\langle \sigma \rangle^* - 0,5. \quad (5.8)$$

В диапазоне значений математического ожидания

$$\delta\sigma \leq \langle \sigma \rangle^* \leq 0,5(0,5 + \delta\sigma) \quad (5.9)$$

будем полагать, что ширина левой ступеньки функции распределения при всех возможных значениях математического ожидания равна константе ($d_{\text{мин}}^* = \delta\sigma = \text{const}$). Следовательно, при изменении значений математического ожидания могут изменяться лишь высоты левой и правой ступенек. При такой конфигурации модельной функции распределения снимаются ограничения на значения медианы. После несложных преобразований с использованием уравнений (5.3) и (5.4) для a^* и b^* и $\sigma_{\text{мед}}^*$ будем иметь [56]:

$$a^* = (1 + \delta\sigma - 2\langle \sigma \rangle^*) / \delta\sigma; \quad b^* = (2\langle \sigma \rangle^* - \delta\sigma) / (1 - \delta\sigma);$$

$$\sigma_{\text{мед}}^* = 0,5\delta\sigma + 0,5(1 - \delta\sigma)b^* / a^*. \quad (5.10)$$

Поступая аналогично в диапазоне значений математических ожиданий

$$(0,75 - 0,5\delta\sigma) \leq \langle \sigma \rangle^* \leq (1 - \delta\sigma) \quad (5.11)$$

и полагая, что ширина правой ступеньки модельной функции распределения будет также оставаться неизменной и равной $\delta\sigma$, получим

$$a^* = [2(1 - \langle \sigma \rangle^*) - \delta\sigma] / (1 - \delta\sigma); \quad b^* = (2\langle \sigma \rangle^* - 1 + \delta\sigma) / \delta\sigma;$$

$$\sigma_{\text{мед}}^* = (1 - 0,5\delta\sigma) - 0,5(1 - \delta\sigma)a^* / b^*. \quad (5.12)$$

Существование трех областей, ограничивающих значения безразмерных математических ожиданий (5.7), (5.9) и (5.11), обусловлено наличием границ шкал балльных систем, используемых для измерения знаний обучающихся, причем ширина левой ступеньки в первой области и ширина правой ступеньки в третьей области модельных функций распределения остаются неизменными и равными относительной погрешности $\delta\sigma$ при всех значениях математического ожидания [55, 56]. Следует отметить также, что в первой и третьей областях (5.9) и (5.11) на значения a^* и b^* и $\sigma_{\text{мед}}^*$ (системы формул (5.10) и (5.12)) существенное влияние оказывает относительная погрешность $\delta\sigma$. В то же время во второй области (5.7) погрешность измерения на указанные параметры (система формул (5.8)) влияния не оказывает.

Представим графически зависимости a^* и b^* и $\sigma_{\text{мед}}^*$ от $\langle \sigma \rangle^*$. Для выполнения расчетов значений указанных величин необходимо знать значение относительной погрешности $\delta\sigma$. При измерении полноты знаний с использованием балльных шкал относительная погрешность, отнесенная на конец шкалы, находится обычно в пределах 5% – 10%. Это соответствует значениям $\delta\sigma$ в пределах 0,05 – 0,1. В связи с этим для определенности при расчетах значений вышеперечисленных параметров будем использовать значение относительной погрешности равное $\delta\sigma = 0,05$.

На рис. 5.3 изображены расчетные зависимости безразмерных коэффициентов a^* и b^* и медианы $\sigma_{\text{мед}}^*$ от значений безразмерного математического ожидания $\langle \sigma \rangle^*$ в соответствии с (5.8), (5.10) и (5.12).

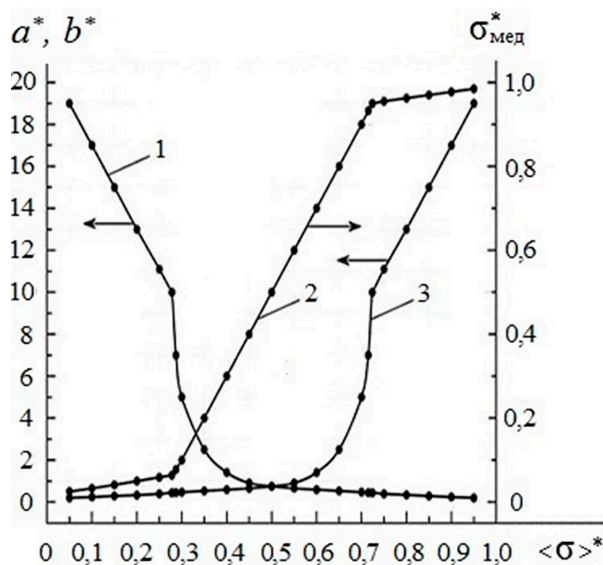


Рис. 5.3. Зависимость безразмерных параметров модельной функции распределения от значений безразмерного математического ожидания:

1 – параметр a^* ; 2 – медиана $\sigma_{\text{мед}}^*$; 3 – параметр b^*

Видно, что коэффициенты a^* и b^* зеркально симметричны относительно линии, проходящей через точку с координатами (0,5; 0) параллельно вертикальной оси, а медиане свойственна поворотная симметрия. При повороте медианы на 180° относительно точки с координатами (0,5; 0,5) медиана совпадает сама с собой. За столь удивительные свойства рассматриваемых параметров несут ответственность границы шкалы измерения.

На рис. 5.4 в безразмерных координатах изображены модельные функции распределения, расчет которых проводился для различных значений математического ожидания в соответствии с (5.7), (5.9) и (5.11). Следует отметить, что для построения этих функций распределения может быть также использован графический материал, представленный на рис. 5.3.

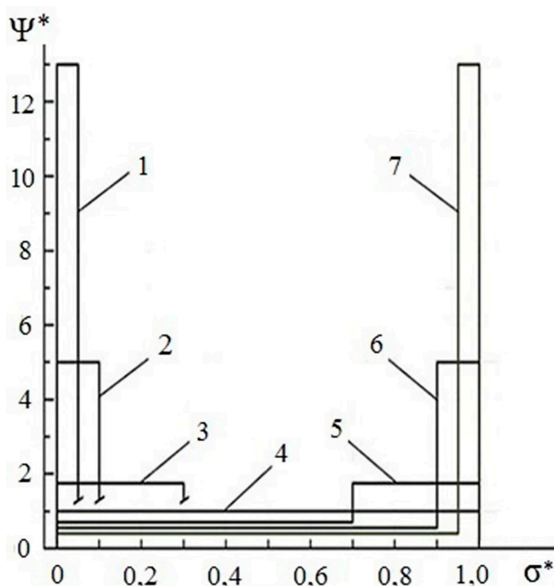


Рис. 5.4. Функции распределения в безразмерных координатах для различных значений безразмерного математического ожидания:

- 1 – $\langle \sigma \rangle^* = 0,2$; 2 – $\langle \sigma \rangle^* = 0,3$; 3 – $\langle \sigma \rangle^* = 0,4$; 4 – $\langle \sigma \rangle^* = 0,5$;
5 – $\langle \sigma \rangle^* = 0,6$; 6 – $\langle \sigma \rangle^* = 0,7$; 7 – $\langle \sigma \rangle^* = 0,8$

Функция распределения $\Psi^*(\sigma^*) = \Psi(\sigma) \sigma_{\text{МАКС}}$ и координата $\sigma^* = \sigma / \sigma_{\text{МАКС}}$ представлены в безразмерном виде. Модельная функция распределения $\Psi^*(\sigma^*)$ является фактически универсальной функцией. Она имеет одинаковый вид во всех балльных шкалах, что позволяет изучать осо-

бенности поведения такой функции и затем транслировать их на модельные функции распределения в любой балльной системе измерений, например, в двадцатибалльной или стобалльной системе измерений. Это достигается изменением масштаба по осям координат, а именно, умножением всех чисел на оси абсцисс на максимальное значение выбранной шкалы ($\sigma = \sigma^* \cdot \sigma_{\text{МАКС}}$) и делением всех чисел на оси ординат на максимальное значение выбранной шкалы ($\Psi(\sigma) = \Psi^*(\sigma^*) / \sigma_{\text{МАКС}}$).

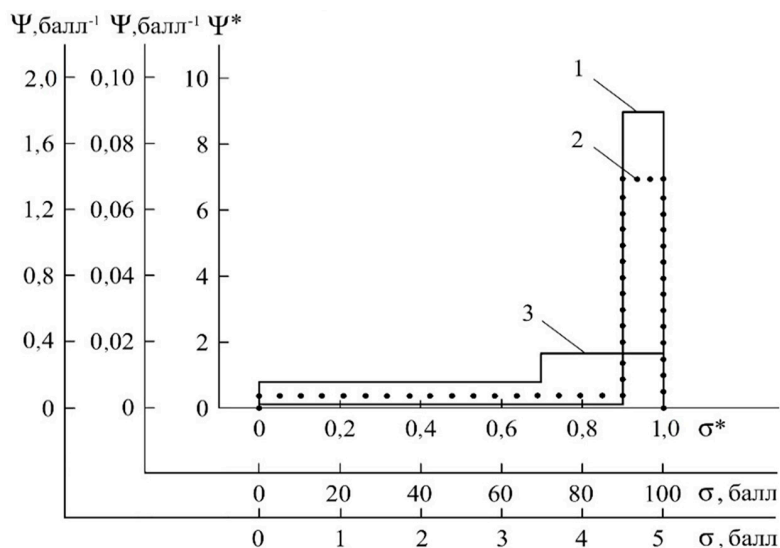


Рис. 5.5. Функции распределения, идентифицирующие обучающихся, получивших по пятибалльной шкале измерения знаний оценки: 1 – 5 баллов; 2 – 4 балла (точечная линия); 3 – 3 балла

На рис. 5.5 приведены в безразмерной, стобалльной и пятибалльной системах измерения знаний модельные функции распределения, идентифицирующие обучающихся, получивших на контрольном мероприятии оценки 5, 4 и 3 балла по пятибалльной шкале. Расчет функций распре-

деления для оценок (математических ожиданий) 5 баллов и 4 балла был проведен с помощью системы формул (5.12), а для оценки 3 балла – с помощью системы формул (5.8). Относительная погрешность измерения $\delta\sigma$ при расчетах бралась равной 0,1 (10%).

Анализ данных, представленных на рис. 5.5, показывает, что функции распределения 1, 2 и 3 перекрываются в диапазоне 4,5 – 5 баллов. Поскольку погрешность 0,5 баллов, характерная для пятибалльной системы измерений, определяет нижнюю границу значений математического ожидания при оценке знаний, то диапазон 4,5 – 5 баллов соответствует «условной» оценке знаний обучающегося при контрольном мероприятии в 5 баллов. Тогда интегрирование любой индивидуальной функции распределения (плотности вероятности) по координате от 4,5 баллов до 5 баллов означает вероятность ($w = \delta\sigma \cdot b^* = 0,1b^* = 0,5b$) того, что обучающийся может получить оценку, равную 5 баллам. В нашем случае обучающийся, получивший оценку 5 баллов, получил ее за то, что вероятность усвоения учебного материала составила 0,9. Обучающиеся, получившие оценки 4 балла и 3 балла, могли бы получить оценку 5 баллов с вероятностями 0,7 и 0,15 соответственно. Эти вероятности являются фактически «условными» вероятностями усвоения обучающимися материала учебной дисциплины. Они фактически обусловлены погрешностью измерения знаний.

5.2. Влияние погрешности измерения знаний обучающихся на модельные функции распределения

Из сказанного выше следует, что погрешность измерения оценки знаний обучающегося играет важную роль при расчете индивидуальных функций распределения

и нахождении условной вероятности усвоения индивидом материала учебной дисциплины. На рис.5.6 представлены зависимости условной вероятности усвоения материала учебной дисциплины от относительной погрешности измерения знаний обучающихся [56].

Видно, что с уменьшением погрешности измерений вероятность усвоения материала обучающимися, получающими оценки 5 баллов, стремится к единице. Это означает, что студент при нулевой погрешности измерения знаний может получить оценку 5 баллов только при 100% усвоении учебного материала. В пределе его функция распределения становится равной дельта-функции Дирака $\Psi^*(\sigma^*) = \delta(\sigma^* - 1)$, представленной в безразмерных координатах (бесконечно высокую и бесконечно узкую, площадь под которой тем не менее равна единице).

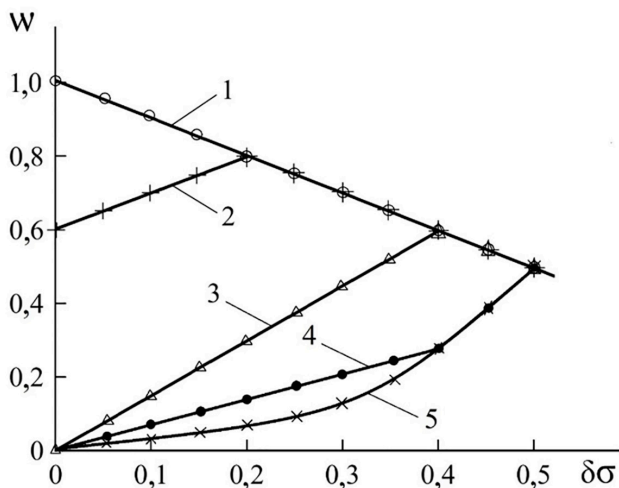


Рис. 5.6. Зависимость условной вероятности усвоения обучающимися материала учебной дисциплины от относительной погрешности измерения знаний: 1 – оценка 5 баллов; 2 – оценка 4 балла; 3 – оценка 3 балла; 4 – оценка 2 балла; 5 – оценка 1 балл

У обучающихся, получающих на контрольном мероприятии оценку 4 балла, при стремлении погрешности измерения оценки к нулю условная вероятность усвоения материала учебной дисциплины уменьшается и достигает значения 0,6 при нулевой погрешности. Функция распределения, идентифицирующая обучающегося, получившего оценку 4 балла, может быть записана в виде $\Psi^*(\sigma^*) = 0,4 + 0,6\delta(\sigma^* - 1)$. Наличие дельта-функций Дирака в выражениях функций распределения для студентов, получивших оценки 5 баллов и 4 балла при нулевой погрешности, обусловлено наличием верхней границы шкалы измерения. Иная ситуация с функциями распределения, идентифицирующими обучающихся, получивших на контрольном мероприятии оценки 3, 2 и 1 балл. На эти функции распределения верхняя граница шкалы измерения не оказывает влияния при стремлении погрешности измерения к нулю. В связи с этим при стремлении погрешности измерения знаний к нулю условная вероятность усвоения учебного материала такими студентами также стремится к нулю, так как области перекрытия функций распределения для оценок 3, 2 и 1 балл с функцией распределения для оценки 5 баллов становятся равными нулю. Относительно обучающихся, получивших оценки 3, 2 и 1 балл, в данном случае можно говорить лишь о вероятности нахождения их в той или иной области информационного пространства. Вероятность нахождения их во всем информационном пространстве всегда равна единице.

Следует отметить, что, начиная с относительной погрешности измерений равной 0,2, функции распределения, идентифицирующие обучающихся, получивших оценки 5 баллов и 4 балла, становятся неразличимыми, а начиная с погрешности 0,4, к неразличимым функциям присоединяется функция, идентифицирующая студентов, получивших оценки 3 балла (форма функций распределения, значения математических ожиданий и условные вероятности усвое-

ния материала учебной дисциплины совпадают). Функции распределения, идентифицирующие студентов, получивших на контрольном мероприятии оценки 2 и 1 балл, начиная с $\delta\sigma = 0,4$, совпадают. При относительной погрешности измерения равной 0,5 функции распределения обучающихся, получивших оценки 5, 4, 3, 2 и 1 балл, становятся тождественными, т. е. полностью совпадают. В связи с этим становится невозможно проводить ранжирование обучающихся по уровню знаний.

С уменьшением относительной погрешности при измерении знаний уменьшается степень перекрытия функций распределения и появляется возможность более тонкого ранжирования обучающихся по уровню знаний. Так при $\delta\sigma = 0,05$ пятибалльная система измерения знаний превращается фактически в десятибалльную систему, т.к. для оценки знаний в пределах погрешности можно использовать не только целочисленные значения, но и дробные, такие как 4,5; 3,5; 2,5; 1,5; 0,5, или перейти непосредственно в десятибалльную систему.

С увеличением относительной погрешности измерения знаний увеличивается степень перекрытия функций распределения и, следовательно, уменьшается разрешающая способность в оценке знаний обучающихся. Например, при $\delta\sigma = 0,2$ функции распределения, идентифицирующие обучающихся, получивших на контрольном мероприятии 5 баллов и 4 балла, как отмечалось выше, полностью совпадают и, следовательно, ранжирование студентов по уровню знаний в этом случае теряет смысл. Столь большие погрешности при использовании 5-балльной шкалы часто реализуются на практике.

В [14] также показано, что при использовании пятибалльной шкалы экзаменатор иногда выставляет оценки с абсолютной погрешностью 1 балл, то есть с относительной погрешностью 20% ($\delta\sigma = 0,2$). Из этого следует, что за одни

и те же знания испытуемый может быть оценен разными экзаменаторами на «2», на «3» и на «4». Более того, в [14] отмечается, что один и тот же экзаменатор в разные моменты времени, например с интервалом в один месяц, также поразному может оценивать один и тот же ответ (на экспериментах использовались видеозаписи ответов испытуемых). Столь большие погрешности обусловлены несовершенством «измерительного прибора», каковым является человек, деятельность которого целиком зависит от его психического и соматического состояний, постоянно изменяющихся случайным образом [36].

5.3. Оценка вероятности усвоения обучающимся материала учебной дисциплины

В процессе усвоения материала учебной дисциплины обучающийся участвует, как правило, в нескольких видах деятельности, таких как изучение лекционного материала, освоение методов решения практических задач, выполнение лабораторного практикума и т.п. На каждый вид деятельности в соответствии с трудоемкостью его выполнения отводится определенное количество баллов из 100 баллов, приходящихся на учебную дисциплину в целом. За каждый вид деятельности в результате контрольных мероприятий обучающийся получает то или иное количество баллов, которые в результате суммируются. Здесь используется традиционный (классический) балльный метод оценки знаний, в соответствии с которым обучающийся в процессе усвоения знаний идентифицируется математической точкой, движущейся в информационном пространстве.

Итоговая оценка знаний студента по определенным правилам переводится из стобалльной измерительной системы в пятибалльную систему. Однако в настоящее время

единых правил перевода не существует. Для решения этой проблемы можно воспользоваться результатами моделирования функций распределения (рис. 5.5). Так в пределах относительной погрешности $\delta\sigma = 0,1$ можно однозначно принять, что диапазонам оценок 90–100 баллов, 71–89 баллов и 50–70 баллов в стобалльной системе измерений будут соответствовать оценки 5 баллов, 4 балла и 3 балла в пятибалльной системе.

Функции распределения, представленные на рис. 5.5 построены с учетом погрешности измерения $\delta\sigma = 0,1$. Такая большая относительная погрешность соответствует абсолютной погрешности в стобалльной системе равной 10 баллам. Для пятибалльной системы абсолютная погрешность при данном значении относительной погрешности составляет 0,5 балла. Поэтому, например, диапазон 50–70 баллов в пределах погрешности воспринимается в стобалльной системе как (60 ± 10) баллов, а в пятибалльной системе как $(3,0 \pm 0,5)$ балла. Для увеличения разрешающей способности стобалльной системы необходимо уменьшить погрешность измерения, например, до 0,5 балла. Предположим, что это можно сделать. Тогда для каждого целочисленного значения оценки (математического ожидания) в стобалльной системе можно построить индивидуальную функцию распределения [57].

На рис. 5.7 представлены изображения усредненной функции распределения обучающихся, получивших на контрольном испытании по стобалльной системе оценки 50, 55, 60, 65 и 70 баллов (рис. 5.7а) и функции распределения тех же обучающихся, получивших по пятибалльной системе оценку 3 балла (рис. 5.7б). Функция распределения, изображенная на рис. 5.7а, представлена в безразмерных координатах, в координатах стобалльной и пятибалльной систем. Внешне она выглядит одинаково во всех системах координат, изменяются лишь масштабы на осях координат.

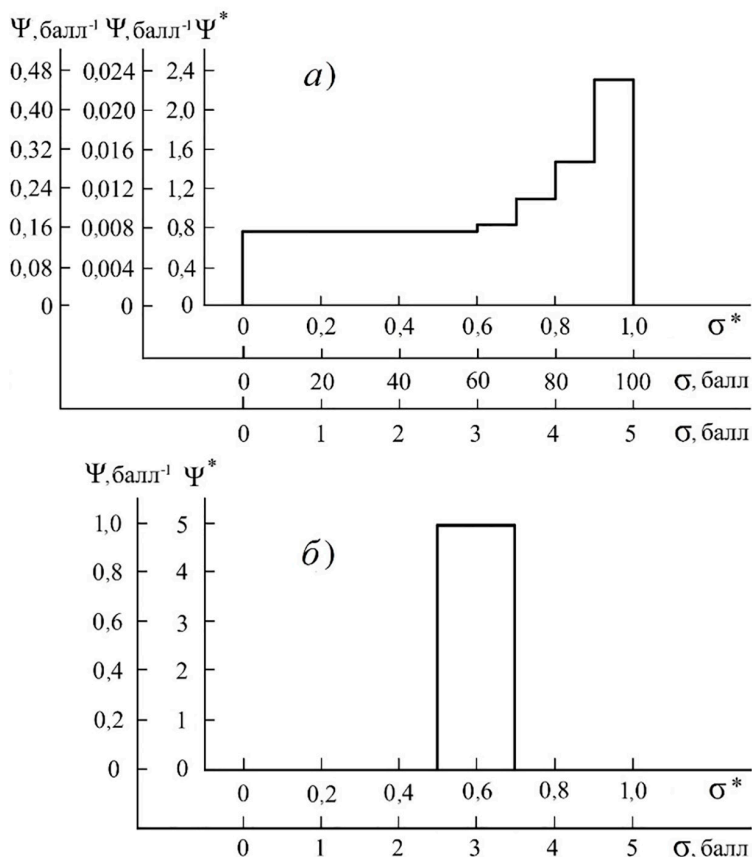


Рис. 5.7. Усредненная функция распределения обучающегося:
 а) – получена с помощью ИВС-метода по 100-балльной шкале;
 б) – получена с помощью МВС-метода по 5-балльной шкале

Для построения усредненной функции распределения вначале с помощью индивидуального вероятностно-статистического метода строились в соответствии с формулами (5.8) индивидуальные функции распределения обучающихся, получивших оценки 50, 55, 60, 65 и 70 баллов, а затем проводилось их усреднение. Эта функция распределения

фактически идентифицирует собой некоторого усредненного (унифицированного) обучающегося, получившего 3 балла по пятибалльной системе с помощью массового вероятностно-статистического метода.

Функция распределения, полученная с помощью МВС-метода (рис. 5.7б), определяется целиком погрешностью измерения и не учитывает случайный характер поведения обучающегося в процессе усвоения информации, обусловленный случайным характером его психосоматического состояния и, следовательно, несет в себе меньше информации, чем функция распределения, полученная с помощью ИВС-метода (рис. 5.7а). Из сравнения функций распределения, представленных на рис. 5.7, следует, что функция распределения, полученная с помощью индивидуального вероятностно-статистического метода (рис. 5.7а), обладает большими возможностями. Она позволяет в отличие от функции распределения, изображенной на рис. 5.7б, оценить вероятность усвоения материала учебной дисциплины обучающимся в любой области информационного пространства (шкалы измерений).

Воспользуемся принципом суперпозиции модельных функций распределения, идентифицирующих обучающихся, для расчета усредненной модельной функции распределения. Принцип суперпозиции основан на предположении о слабом взаимодействии обучающихся в процессе усвоения информации. С этой целью рассчитаем по формулам (5.7) и (5.8) модельные функции распределения, идентифицирующие обучающихся, для возможных значений математических ожиданий в диапазоне от 0 до 1. Затем сложим все модельные функции распределения и разделим результат на число модельных функций распределения. Усредненную модельную функцию распределения в дальнейшем будем называть дифференциальной функцией распределения (плотностью вероятности), т. к. это отражает фактиче-

скую суть плотности вероятности. На рис. 5.8 представлена дифференциальная функция распределения. Все расчеты проведены для относительной погрешности $\delta\sigma = 0,1$.

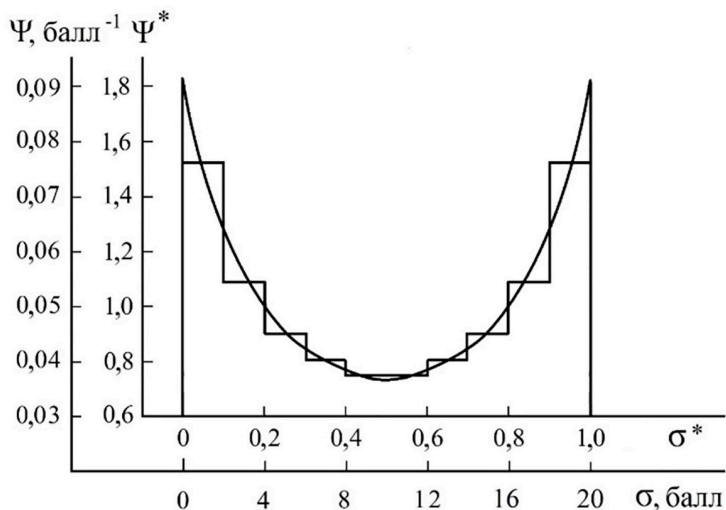


Рис. 5.8. Дифференциальная функция распределения

Дифференциальная функция распределения получена в виде гистограммы, которая аппроксимирована гладкой линией. Видно, что она симметрична относительно вертикальной прямой, проходящей через точку с координатой $\sigma^* = 0,5$, и имеет из-за наличия границ шкалы измерения “U”-образный вид. С уменьшением погрешности измерения плотность вероятности вблизи границ шкалы увеличивается и в пределе при стремлении погрешности к нулю плотность вероятности стремится к бесконечности и может быть записана в виде дельта-функции Дирака ($\Psi^*(\sigma^*) = c^* \delta(\sigma^* - 0)$ для левой границы шкалы и $\Psi^*(\sigma^*) = c^* \delta(\sigma^* - 1)$ для правой границы шкалы, где c^* – константа).

Данная дифференциальная функция распределения идентифицирует усредненного обучающегося в информационном пространстве. Она определяет вероятность нахождения его в единичной области информационного пространства. Вероятность нахождения обучающегося во всем информационном пространстве (вероятность усвоения материала учебной дисциплины, распределенного по всему информационному пространству) равна 1. Однако указать точно вероятность нахождения индивида в информационном пространстве (вероятность усвоения обучающимся материала учебной дисциплины) невозможно. Это можно сделать только после проведения эксперимента, например, по результату экзамена – оценке, полученной обучающимся на экзамене. Покажем, как это можно сделать. С этой целью преобразуем дифференциальную функцию распределения (плотность вероятности) в интегральную функцию распределения (вероятность) с помощью следующего интегрального преобразования [57]:

$$P = \int_0^{\sigma^*} \Psi^*(\sigma^*) d\sigma^*, \quad (5.13)$$

где P – вероятность (интегральная функция распределения) найти обучающегося в диапазоне координат от 0 до заданного σ^* информационного пространства (вероятность усвоения обучающимся материала учебной дисциплины). Интегральная функция распределения, полученная интегрированием дифференциальной функции распределения (рис. 5.8), изображена на рис. 5.9

Интегральная функция распределения, рассчитанная в безразмерной системе координат, является фактически универсальной. Она позволяет непосредственно по оценке знаний обучающегося, полученной по любой балльной шкале, определить вероятность усвоения им материала учебной дисциплины. Проиллюстрируем это на конкретном примере.

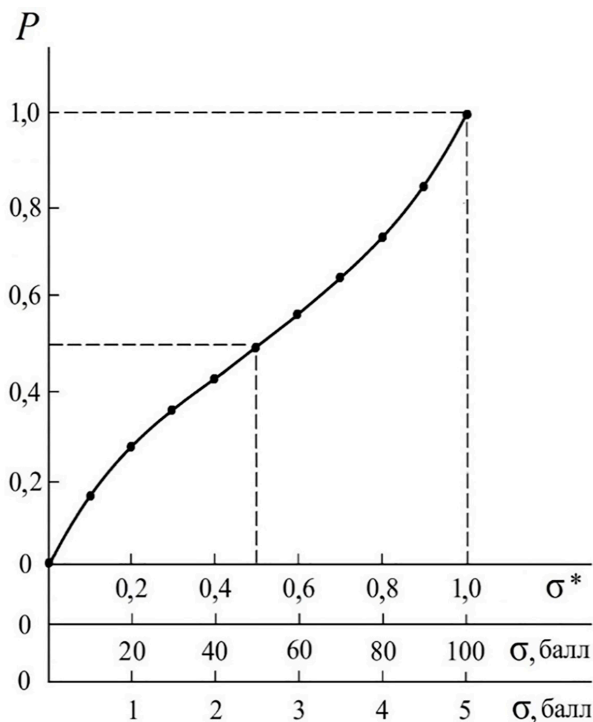


Рис. 5.9. Интегральная функция распределения

Предположим, что обучающийся на экзамене получил по пятибалльной шкале оценку 3 балла. С учетом погрешности измерений $\delta\sigma = 0,1$ (10%) оценку необходимо записать в виде $(3,0 \pm 0,5)$ балла (по стобалльной шкале (60 ± 10) баллов и по безразмерной шкале $(0,6 \pm 0,1)$). В соответствии с интегральной функцией распределения (рис. 5.9) вероятность усвоения материала учебной дисциплины в данном случае составляет $(0,57 \pm 0,07)$ или $(57 \pm 7) \%$. При уменьшении погрешности измерений будет увеличиваться кривизна интегральной функции распределения вблизи нижней и верхней границ шкалы измерений. При погрешности из-

мерений равной нулю интегральная функция распределения на границах шкалы будет изменяться скачком, значение которого будет равно c^* . Это обусловлено стремлением значений дифференциальной функции распределения вблизи границ шкалы к бесконечности при стремлении погрешности измерений к нулю.

5.4. Сравнительный анализ возможностей массового и индивидуального вероятностно-статистических методов в оценке знаний обучающихся

В разделе 3.1 данной книги проведен анализ одновременного применения массового и индивидуального вероятностно-статистических методов для оценки знаний обучающихся и показано, что ИВС-метод обладает значительно большей разрешающей способностью и информативностью по сравнению с МВС-методом.

Проведем сравнительный анализ теоретических и экспериментальных функций распределения обучающихся, полученных отдельно с помощью МВС-метода и ИВС-метода. На рис. 5.10 в безразмерных и балльных координатах представлены усредненные теоретическая и экспериментальные функции распределения обучающегося, полученные с помощью МВС-метода по 5-балльной и 20-балльной шкалам с учетом погрешности $\Delta\sigma = 0,5$ балла. Усреднение проведено по 56 индивидуальным функциям распределения, представляющим собой прямоугольные функции распределения, идентифицирующие обучающихся, аналогичные функциям распределения, изображенным на рис. 3.1а и 3.1б. Методика усреднения функций распределения аналогична методике, описанной при построении усредненных функций распределения, представленных на рис. 3.3.

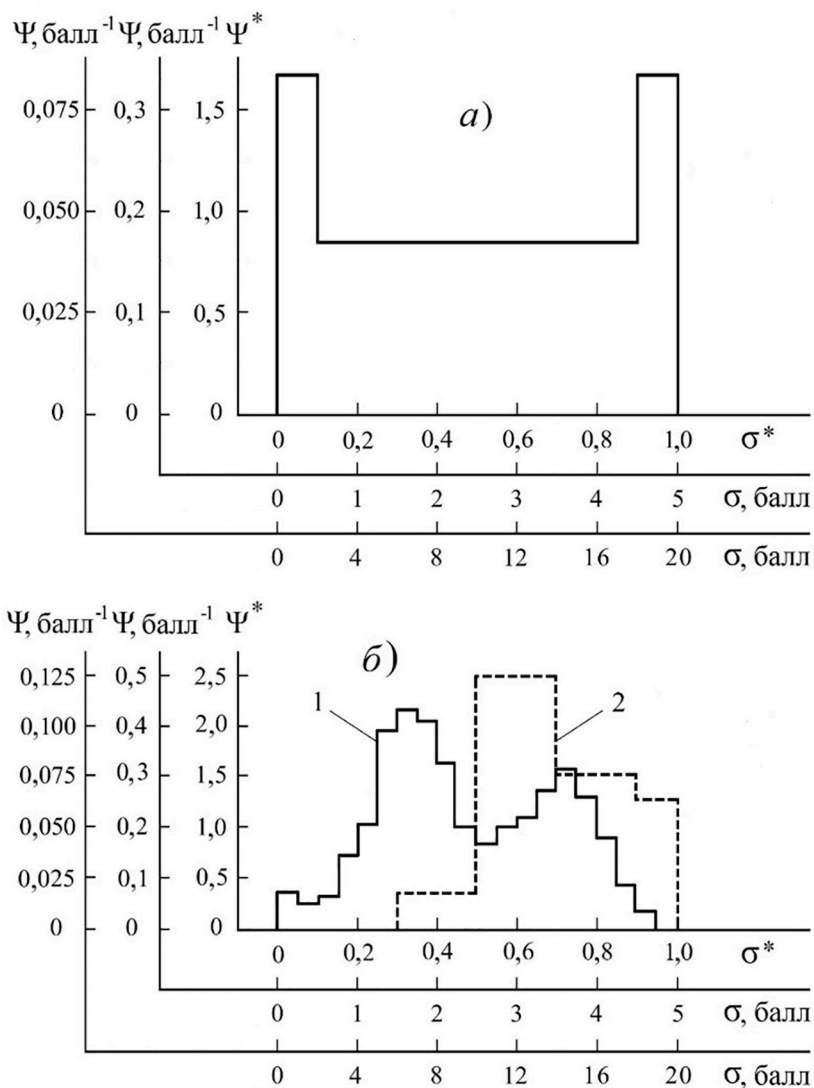


Рис. 5.10. Усредненные дифференциальные функции распределения, полученные МВС-методом: а) – теоретическая; б) – экспериментальные, полученные по 20-балльной шкале (1) и по 5-балльной шкале (2)

Прежде чем анализировать содержание материала, представленного на рис. 5.10, необходимо отметить, что максимальное значение любой балльной шкалы измерения соответствует максимальному значению информации, содержащейся в учебной дисциплине. Данные функции распределения являются дифференциальными функциями распределения, т. к. представляют собой плотность вероятности, т. е. вероятность найти обучающегося в единичной области информационного пространства. Вероятность найти обучающегося во всем информационном пространстве всегда равна единице.

Теоретическая функция распределения обучающегося (рис. 5.10а) имеет одинаковую плотность вероятности по всей шкале за исключением приграничных областей, ширина которых определяется погрешностью измерений (0,1 по безразмерной шкале и 0,5 балла по 5-балльной шкале). Эти значения погрешности определяют ширину индивидуальных функций распределения, идентифицирующих обучающихся, которые теоретически могут получить на экзамене по 5-балльной шкале оценки $(0,0 + 0,5)$ балла и $(5,0 - 0,5)$ балла. Ширина этих индивидуальных функций в два раза меньше ширины других индивидуальных функций, а высота, следовательно, в два раза больше. Это является следствием влияния границ шкалы измерения.

Экспериментальные функции распределения обучающегося демонстрируют существенную неоднородность распределения плотности вероятности (рис. 5.10б). При оценке знаний обучающихся по 5-балльной шкале (линия 2) диапазон $(0 - 1,5)$ баллов вообще не используется, поскольку за минимальную оценку знаний обучающихся принято считать $(2,0 \pm 0,5)$ балла. Это фактически является методической погрешностью измерения знаний и снижает

степень объективности результатов измерений, т. к. неизбежно ведет к завышению оценок при измерении знаний обучающихся. Кроме того, на результат измерения знаний обучающихся оказывает влияние субъективный фактор, обусловленный случайным характером психосоматического состояния экзаменатора, носящим латентный (скрытый) характер.

Значительно лучший результат при измерении знаний обучающихся дает использование 20-балльной шкалы (рис. 5.10б, линия 1). На функции распределения отчетливо видны два пика, причем левый пик соответствует оценкам обучающихся, получивших $(3,0 \pm 0,5)$ балла по 5-балльной шкале, а правый пик – $(4,0 \pm 0,5)$ балла соответственно.

Теперь перейдем к рассмотрению усредненных теоретической и экспериментальной функций распределения, идентифицирующих обучающегося, полученных с использованием ИВС-метода. На рис. 5.11а изображена теоретическая дифференциальная функция распределения.

Теоретическая функция распределения (рис. 5.11а) является копией функции распределения, представленной на рис. 5.8. Следует отметить, что увеличение плотности вероятности вблизи границ шкалы характерно и для теоретической функции распределения, представленной на рис. 5.10а. Эта одинаковость в поведении функций распределения вблизи границ шкал измерения обусловлена исключительно влиянием границ шкалы и не связана с внутренним содержанием этих функций. Так функция распределения, изображенная на рис. 5.10а, получена МВС-методом, который учитывает лишь погрешность измерения знаний обучающегося, в то время как функция распределения, представленная на рис. 5.11а, получена ИВС-методом, учитывающим случайный характер поведения обучающегося в процессе усвоения информации.

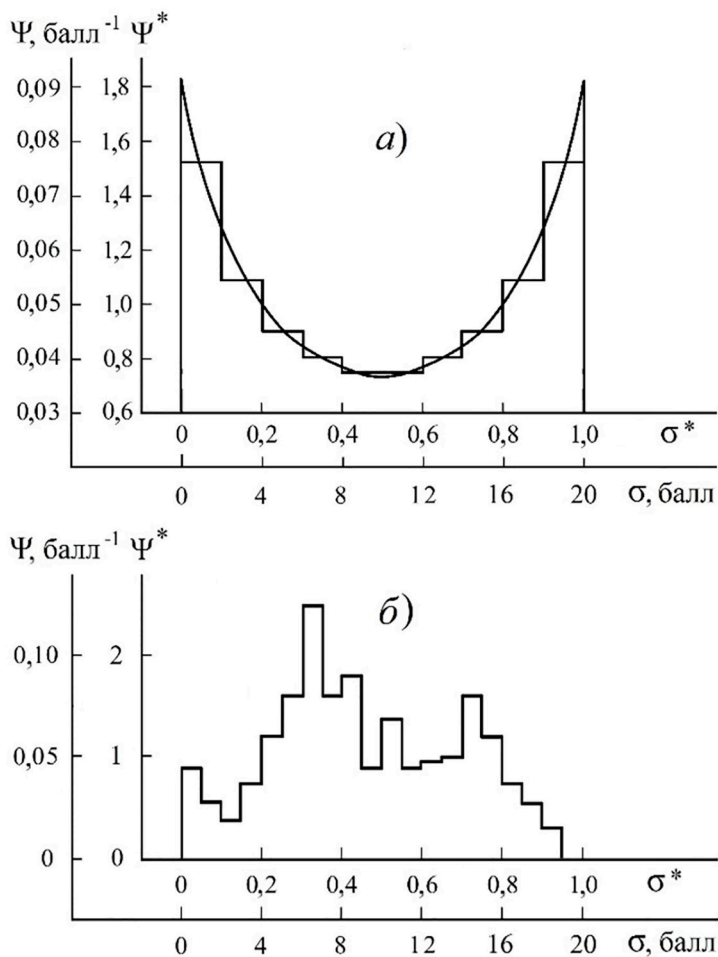


Рис. 5.11. Усредненные теоретическая (а) и экспериментальная (б) функции распределения, идентифицирующие обучающегося, полученные ИВС-методом

На рис. 5.11б изображена усредненная экспериментальная функция распределения обучающегося, полученная с использованием ИВС-метода. Усреднение было про-

ведено по 56 индивидуальным функциям распределения обучающихся, которые имели вид аналогичный функциям распределения, представленным на рис. 3.1в. Отметим, что измерения индивидуальных функций распределения проводились по 20-балльной шкале ИВС-методом одновременно с измерением знаний тех же самых обучающихся по 5-балльной и 20-балльной шкалам МВС-методом (рис. 5.10б).

Данная функция распределения гораздо лучше заполняет пространство шкалы, чем экспериментальные функции распределения, полученные МВС-методом (рис. 5.10б). Однако эта функция распределения имеет заниженную плотность вероятности в приграничных областях шкалы и завышенную плотность вероятности в ее центральной области по сравнению с теоретической функцией. Такая особенность поведения экспериментальной функции распределения обусловлена субъективным фактором, а именно, несовершенством «измерительного прибора», которым является человек (экзаменатор). Он не в состоянии определить плотность вероятности нахождения обучающегося во всем информационном пространстве (по всей шкале измерения), а лишь в сравнительно узкой области вблизи значения математического ожидания функции распределения. В то время как теоретические функции распределения каждого обучающегося определены во всем информационном пространстве [57].

Проведем сравнительный анализ результатов оценок вероятностей усвоения материала учебной дисциплины обучающимися, полученных МВС-методом и ИВС-методом. С этой целью перейдем от дифференциальной функции распределения (плотности вероятности) к интегральной функции распределения (вероятности), которая фактически определяет вероятность усвоения обучающимися материала учебной дисциплины. Для этого воспользуемся интегральным преобразованием (5.13). Интегральные функции распределения, полученные интегрированием дифферен-

циальных функций распределения (рис. 5.10 и рис. 5.11), изображены на рис. 5.12.

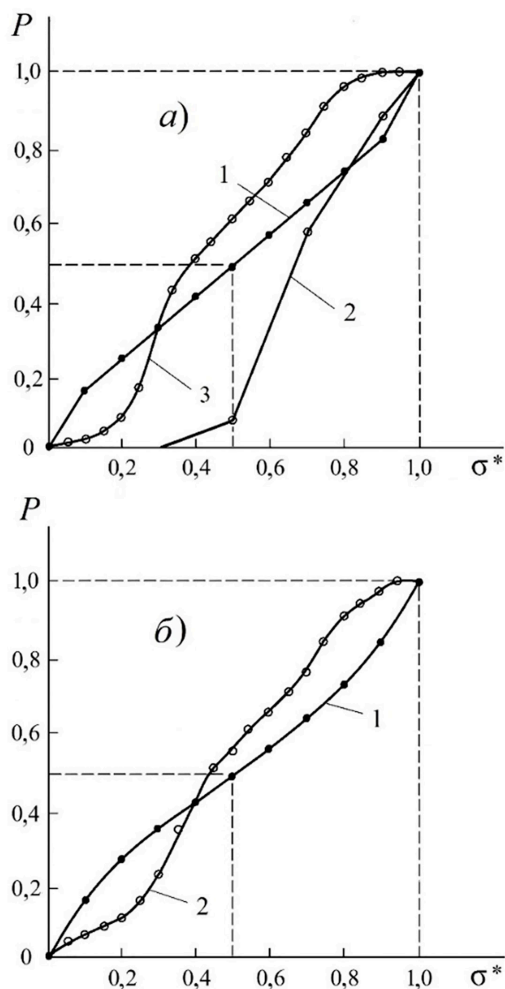


Рис. 5.12. Интегральные функции распределения: а): 1 – теоретическая; 2 и 3 – экспериментальные, полученные МВС-методом по 5-балльной и 20-балльной шкалам соответственно; б): 1 – теоретическая; 2 – экспериментальная, полученная ИВС-методом по 20-балльной шкале

На рис. 5.12а представлены интегральные функции распределения, полученные с использованием МВС-метода. Видно, что экспериментальная функция распределения, полученная по 5-балльной шкале (линия 2) существенно отличается от теоретической. Это является следствием методической погрешности, связанной с тем, что начальная область 5-балльной шкалы ($0 - 1,5$) балла или ($0 - 0,3$) по безразмерной шкале, как уже отмечалось при рассмотрении дифференциальной функции распределения (рис. 5.10б, линия 2), не используется при оценке знаний обучающихся, что естественно приводит к завышению оценок знаний на экзамене. Это привело, в частности, к сильному увеличению вероятности в диапазоне ($0,5 - 0,7$) по безразмерной шкале.

На рис. 5.12б представлены теоретическая и экспериментальная интегральные функции распределения, полученные с использованием ИВС-метода. Видно, что экспериментальные значения вероятности усвоения материала учебной дисциплины обучающимся согласуются с теоретическими значениями значительно лучше, чем аналогичные зависимости, полученные с использованием МВС-метода (рис. 5.12а). Однако в диапазоне ($0 - 0,4$) значений σ^* экспериментальная функция распределения имеет меньшие значения, чем теоретическая, а в диапазоне ($0,4 - 1,0$) – бóльшие значения.

Из анализа данных, приведенных на рис. 5.12а (линия 1) и на рис. 5.12б (линия 1) следует, что теоретические интегральные функции распределения, полученные с использованием МВС-метода и ИВС-метода, имеют близкие значения. Проиллюстрируем это на конкретном примере. Предположим, что обучающийся получил на экзамене по 5-балльной шкале оценку ($3,0 \pm 0,5$) балла или ($0,6 \pm 0,1$) по безразмерной шкале. Тогда усвоение материала учебной дисциплины в соответствии с МВС-методом (рис. 5.12а,

линия 1) составит $(0,58 \pm 0,08)$, а в соответствии с ИВС-методом (рис. 5.12б, линия 1) – $(0,57 \pm 0,07)$, т. е. значения вероятностей в пределах погрешностей совпадают.

Значения вероятностей усвоения материала учебной дисциплины, найденные с использованием экспериментальных интегральных функций распределения (рис. 5.12а, линии 3 и рис. 5.12б, линия 2), также в пределах погрешностей дают близкие результаты, а именно, $(0,71 \pm 0,08)$ при использовании МВС-метода и $(0,66 \pm 0,10)$ при использовании ИВС-метода соответственно. Однако значение вероятности усвоения материала учебной дисциплины, полученное с применением МВС-метода по 5-балльной шкале $(0,34 \pm 0,25)$, существенно отличается от значений вероятностей, приведенных выше. Это свидетельствует о низкой точности и большой погрешности МВС-метода при использовании шкалы с малым диапазоном значений.

Анализ интегральных функций распределения показал, что теоретические интегральные функции распределения могут быть признаны в качестве «эталонов». Значительные отклонения экспериментальных интегральных функций распределения от эталонов могут явиться основанием для пересмотра требований к оценке знаний обучающихся.

5.5. Выводы

1. В качестве модельных функций распределения, аппроксимирующих истинные функции распределения, идентифицирующие обучающихся в процессе получения знаний, удобно использовать двухступенчатые функции, для построения которых может быть использована информация об оценках индивидов, полученных при их тестировании с помощью балльной системы измерений.

2. При стремлении значений математического ожидания к границам шкалы измерений значения плотности ве-

роятности функций распределения стремятся к бесконечности. Однако учет погрешности при измерении значений математического ожидания ограничивает значения плотности вероятности.

3. Модельные функции распределения, построенные в безразмерных координатах, имеют одинаковый вид во всех балльных системах измерений. Это позволяет изучать особенности поведения таких функций, а затем транслировать их на модельные функции распределения в любой балльной системе измерений.

4. Системы формул (5.7)–(5.12) позволяют для разных значений погрешности при измерении оценок знаний обучающихся (математических ожиданий) рассчитать функции распределения, идентифицирующие индивидов в процессе усвоения информации.

5. С увеличением погрешности измерения знаний увеличивается степень перекрытия функций распределения обучающихся и, следовательно, снижается разрешающая способность метода. Так при относительной погрешности 0,2 функции распределения студентов, получающих оценки 5 баллов и 4 балла, совпадают.

6. При стремлении погрешности измерения знаний обучающихся к нулю условная вероятность усвоения материала обучающимися, получающими оценку 5 баллов по пятибалльной шкале измерения (оценку 1 по безразмерной шкале), увеличиваясь, стремится к единице, а условные вероятности усвоения материала учебной дисциплины обучающимися, получающими оценки 4 балла и 3, 2 и 1 балл (оценки 0,8 и 0,6, 0,4 и 0,2 по безразмерной шкале), уменьшаясь, стремятся к 0,6 и к нулю соответственно.

7. Дифференциальная функция распределения (плотность вероятности), усредненная по индивидуальным функциям распределения обучающихся, рассчитанных для значений математических ожиданий в диапазоне значений

от 0 до 1 по безразмерной шкале, имеет "U"-образный вид и позволяет определять вероятность нахождения индивида в единичной области информационного пространства (вероятность усвоения обучающимся информации, содержащейся в единичной области информационного пространства). С уменьшением погрешности измерений увеличивается плотность вероятности у границ шкалы, стремясь к бесконечности при стремлении погрешности к нулю.

8. Интегральная функция распределения (вероятность) позволяет по оценке, полученной обучающимся на экзамене непосредственно определить вероятность усвоения индивидом материала учебной дисциплины. Так при оценке знаний обучающегося ($3,0 \pm 0,5$) балла по пятибалльной шкале вероятность усвоения материала учебной дисциплины составляет ($0,57 \pm 0,07$).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной монографии изложены основы вероятностно-статистической модели обучающегося, представляющей собой математическую модель, в соответствии с которой обучающийся идентифицируется функцией распределения (плотностью вероятности), движущейся в информационном пространстве по мере получения знаний (усвоения информации) обучающимся. Это означает, что указать точно положение обучающегося в информационном пространстве не представляется возможным, можно говорить лишь о вероятности нахождения обучающегося в той или иной области информационного пространства. Функции распределения, которыми идентифицируется обучающийся, являются решениями дифференциальных уравнений, полученных на основе закона сохранения вероятности, и представляющих собой уравнения непрерывности, связывающие изменение плотности вероятности за единицу времени в пространстве координат, скоростей и ускорений различных порядков с дивергенцией плотности потока вероятности.

Вероятностно-статистический характер поведения обучающегося в процессе усвоения информации обусловлен случайным характером его психосоматического состояния. В связи с этим для описания поведения обучающегося в процессе получения знаний используется индивидуальный вероятностно-статистический метод. ИВС-метод – это метод исследования отдельных объектов, которым внутренне присущ случайный характер поведения, на основе теории вероятностей и математической статистики. К числу таких объектов помимо человека относятся и квантовые объекты (электроны, атомы, молекулы и др.).

Проведен сравнительный анализ поведения человека в процессе деятельности и поведения квантовой микрочастицы. Показано, что поведение обоих объектов носит случайный характер. Вместе с тем имеются и отличительные особенности поведения, обусловленные различной природой этих объектов. Так, человек обладает индивидуальными свойствами, а микрочастицы одного сорта тождественны. Кроме того, случайный характер поведения человека реализуется не только в координатном пространстве, как это имеет место с квантовым объектом, но и в пространствах скоростей и ускорений различных порядков.

Для оценки полноты знаний обучающихся применен вероятностно-статистический метод шкалирования. Этот метод позволяет каждой экспериментально найденной функции распределения поставить в соответствие набор чисел, представляющих собой моменты этой функции, что значительно упрощает процедуру оценки полноты знаний обучающихся. Процедура оценки полноты знаний обучающихся включает следующие действия: нахождение по результатам контрольного мероприятия, например экзамена, индивидуальных функций распределения обучающихся; расчет моментов этих функций распределения; ранжирование обучающихся по уровню знаний методом сравнения моментов различных порядков их индивидуальных функций распределения.

Применение ИВС-метода при проведении психолого-педагогических исследований процесса усвоения знаний обучающимися позволяет находить экспериментальные функции распределения потока студентов на различных этапах их обучения. С течением времени дисперсия этих функций распределения увеличивается, а сами функции начинают перекрываться. Особенно заметно перекрываются функции распределения для потоков студентов второго и третьего, третьего и четвертого, четвертого и пятого курсов, при-

чем степень перекрытия от курса к курсу увеличивается, что свидетельствует об увеличении степени неоднородности по уровню знаний в студенческом коллективе. В связи с этим для повышения качества обучения студентов в высших учебных заведениях предложено использовать принцип поэтапности обучения с ветвлением.

На основе решения уравнения непрерывности относительно плотности вероятности с привлечением экспериментального материала найдена теоретическая функция распределения, описывающая поведение обучающегося в процессе получения знаний. Функция распределения соответствует закону нормального распределения с изменяющимися со временем математическим ожиданием и дисперсией. Анализ эволюции функций распределения для сильных и слабых студентов показал, что совместное обучение таких студентов нецелесообразно.

Рассмотрены вопросы моделирования функций распределения, идентифицирующих обучающихся в процессе усвоения информации. В основе моделирования лежит положение о том, что между количеством информации, измеряемой в битах и оценкой знаний, измеряемой в баллах, существует однозначная связь. Следовательно, максимальному объему информации, содержащемуся в учебной дисциплине, соответствует максимальный балл измерительной шкалы. Предполагается также, что вероятность обнаружить обучающегося во всем информационном пространстве (в пределах измерительной шкалы) равна единице. При моделировании функций распределения используется информация об оценке знаний обучающегося (математическом ожидании) и погрешности измерений знаний.

В качестве модельных функций распределения, аппроксимирующих истинные функции распределения обучающихся в процессе усвоения информации, использовались двухступенчатые функции. Это позволило найти анали-

тические выражения для построения модельных функций распределения. На модельные функции распределения существенное влияние оказывает погрешность измерения знаний. Так с увеличением погрешности измерения знаний увеличивается степень перекрытия функций распределения, что приводит к снижению разрешающей способности метода.

Дифференциальная функция распределения (плотность вероятности), усредненная по индивидуальным функциям распределения обучающихся, рассчитанных для значений математических ожиданий в диапазоне значений от 0 до 1 по безразмерной шкале, имеет "U"-образный вид и позволяет определять вероятность нахождения индивида в единичной области информационного пространства (вероятность усвоения обучающимся информации, содержащейся в единичной области информационного пространства). С уменьшением погрешности измерений увеличивается плотность вероятности у границ шкалы, стремясь к бесконечности при стремлении погрешности к нулю.

Интегральная функция распределения (вероятность), полученная интегрированием дифференциальной функции распределения, позволяет по оценке, полученной обучающимся на контрольном мероприятии, определить непосредственно вероятность усвоения им материала учебной дисциплины.

Сравнительный анализ результатов применения индивидуального и массового вероятностно-статистических методов для оценки знаний обучающихся показал, что ИВС-метод обладает бóльшими возможностями для ранжирования обучающихся по уровню знаний по сравнению с МВС-методом. Это связано с тем, что информативность массового вероятностно-статистического метода ниже информативности индивидуального вероятностно-статистического метода, поскольку МВС-метод используется для опи-

сания поведения обучающихся как точечных объектов без учета их внутренней природы.

ИВС-метод учитывает случайный характер поведения каждого отдельного обучающегося в процессе усвоения информации, обусловленный случайным характером его психического и соматического состояний. Это означает, что в модельном представлении обучающийся не может быть представлен математической точкой в информационном пространстве. Следовательно, нельзя точно указать местоположение обучающегося в информационном пространстве, можно лишь говорить о вероятности нахождения его в той или иной области информационного пространства. В этом случае обучающийся в информационном пространстве идентифицируется функцией распределения, т.е. представляет собой пространственно-протяженный объект. Это означает, что при оценке полноты знаний обучающегося может быть использовано не только значение оценки (математического ожидания), как это имеет место при МВС-методе, но и моменты функции распределения более высоких порядков.

В педагогическом процессе принимают участие два субъекта: обучающийся и преподаватель, деятельность каждого из которых определяется уровнем развития их сознания. Детерминизм сознания человека реализуется через случайность, поскольку отражает случайный характер психического и соматического состояний человека. В связи с этим в процессе оценки полноты знаний обучающегося имеет место взаимодействие двух случайных динамических систем. В результате такого взаимодействия знания обучающегося оцениваются с помощью МВС-метода некоторым числом (например, количеством баллов), имеющим принципиально случайный характер. Учесть влияние случайного фактора в оценке полноты знаний обучающегося, связанного с ролью преподавателя, чрезвычайно сложно. Большие надежды

на решение этой проблемы возлагаются на использование технических средств с искусственным интеллектом.

Концепция о том, что детерминизм сознания человека реализуется через случайность и, как следствие, что поведение индивида в процессе обучения носит случайный характер, может быть положена в основу разработки неклассической психологической педагогики, причем ряд этапов на этом пути уже пройден, а именно – предложена вероятностно-статистическая модель обучающегося, найдены теоретические функции распределения, идентифицирующие обучающегося в процессе получения знаний, разработан метод получения экспериментальных функций распределения и разработан метод вероятностно-статистического шкалирования для определения полноты знаний обучающихся в процессе проведения психолого-педагогических исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ананьев Б.Г.* Человек как предмет познания. Л., 1969.
2. *Архангельский С.И., Михеев В.И.* О некоторых формах дидактических исследований: Тезисы докладов к VI сессии семинара по методологии педагогики и методики педагогических исследований. М., 1973.
3. *Архангельский С.И.* Лекции по теории обучения в высшей школе. М., 1974.
4. *Архангельский С.И.* Лекции по научной организации учебного процесса в высшей школе. М., 1976.
5. *Аткинсон Р.* Человеческая память и процесс обучения. М., 1980.
6. *Бабанский Ю.К.* Проблемы повышения эффективности педагогических исследований: (Дидактический аспект). М.: Педагогика, 1982. 221 с.
7. *Байденко В.И.* Болонский процесс: в преддверии третьего десятилетия // Высшее образование в России. 2018. Т. 27. № 11. С. 136–148. DOI: 10.31992/0869-3617-2018-27-11-136-148.
8. *Блохинцев Д.И.* Основы квантовой механики. М.: Издательская группа УРСС, 2015. 672 с.
9. *Борытко Н.М., Моложавенко А.В., Соловцова И.А.* Методология и методы психолого-педагогических исследований. М.: Издательский центр «Академия», 2009. 320 с.
10. *Валеев Г.Х.* Методология и методы психолого-педагогических исследований. Стерлитамак: Стерлитамак, 2002. 134 с.
11. *Гребнев Л.С.* Болонский процесс и «четвёртое поколение» образовательных стандартов // Высшее образование в России. 2011. Т. 20. № 11. С. 29–41.
12. Зона европейского высшего образования. Совместное заявление европейских министров образования, г. Болонья, 19 июня 1999 года.
13. *Иванова М.А.* И снова о понятии “learning” в русскоязычном академическом дискурсе // Высшее образование в России. 2021. Т. 30. № 10. С. 53–62. DOI: 10.31992/0869-3617-2021-30-10-53-62.
14. *Ингенкамп К.* Педагогическая диагностика. М.: Педагогика, 1991. 240 с.
15. Качество знаний учащихся и пути его совершенствования / Под ред. М.Н. Снаткина, В.В. Краевского. М., 1978.

-
16. Коммюнике конференции министров, ответственных за высшее образование, г. Берлин, 19 сентября 2003 года.
17. Korn G.A., Korn T.M. Mathematical handbook for scientists and engineers. St. Petersburg: Lan, 2003. 832 p.
18. Краевский В.В. Методология педагогической науки: учеб. пособие. М., 2001.
19. Краевский В.В. Методология педагогики: прошлое и настоящее // Педагогика. 2002. № 1.
20. Леонтьев А.Н. Лекции по общей психологии: учеб. пособие. М.: Смысл; Издательский центр «Академия», 2010. 511 с.
21. Лурия А.Р. Язык и сознание. М., 1979.
22. Михеев В.И. Моделирование и методы теории измерений в педагогике. М.: КРАСАНД, 2010. 224 с.
23. Орлов А.И. Прикладная статистика: учебник. М.: Экзамен, 2007. 672 с.
24. Полонский В.М. Оценка качества научно-педагогических исследований. М.: Педагогика, 1987. 144 с.
25. Пономарёв Я.А. Знания, мышление и умственное развитие. М., 1967.
26. Романов В.П. Концепции современного естествознания: учеб. пособие. М.: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2011. 286 с.
27. Романов В.П., Гордиевич Л.А., Золочевский Ю.Б. Альтернативная структура системы непрерывной подготовки высшими учебными заведениями специалистов высокой квалификации // Деп. в НИИВШ, 01.09.88, № 1389 – 88 деп.
28. Романов В.П., Соколова Н.А. Вероятностно-статистическая модель учащегося // Современные проблемы науки и образования. 2009. № 6-3. С. 122–129.
29. Романов В.П., Соколова Н.А. Анализ поведения учащихся в процессе обучения в высшем учебном заведении // Современные проблемы науки и образования. 2009. № 6-3. С. 130–135.
30. Романов В.П., Соколова Н.А. Вероятностно-статистическое шкалирование в педагогике // Современные проблемы науки и образования. 2010. № 2. С. 57–63.
31. Романов В.П., Соколова Н.А. Вероятностно-статистический метод оценки полноты знаний студентов высших учебных заведений // Материалы III Общероссийской научной конференции «Актуальные вопросы науки и образования». Москва, 11–13 мая 2010 год // Международный журнал экспериментального образования. 2010. № 7. С. 85–87.
32. Романов В.П., Соколова Н.А. Вероятностно-статистический метод психолого-педагогических исследований. М.: Ладомир, 2012. 144 с.

-
33. Романов В.П., Соколова Н.А. Сравнительный анализ классического и неклассического вероятностно-статистических методов психолого-педагогических исследований // Международный журнал экспериментального образования. 2013. № 10-1. С. 42–46.
34. Романов В.П., Соколова Н.А. Основы неклассического (индивидуального) вероятностно-статистического метода исследований // Материалы Международной научной конференции «Актуальные вопросы науки и образования». Москва, 20–23 мая 2014 г. // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2014. № 6. С. 44–45.
35. Романов В.П., Ширяева Н.А. Роль фактора случайности при измерении полноты знаний обучающегося // Современные наукоемкие технологии. 2017. № 6. С. 157–163.
36. Романов В.П., Ширяева Н.А. Неклассический вероятностно-статистический метод научных исследований: Применение в психологической педагогике. М.: ДеЛибри, 2018. 136 с.
37. Романов В.П., Ширяева Н.А. Непрерывное высшее образование: поэтапное обучение с ветвлением // The scientific heritage. 2022. № 97. Р. 43–50.
38. Романов В.П., Ширяева Н.А. Применение неклассического вероятностно-статистического метода научных исследований в педагогике. М.: ДеЛибри, 2022. 88 с.
39. Рубинштейн С.Л. Основы общей психологии. СПб.: Питер, 2011. 713 с.
40. Рузавин Г.И. Методы научного исследования. М., 1974.
41. Сазонов Б.А. Балльно-рейтинговые системы оценивания знаний и обеспечение качества учебного процесса // Высшее образование в России. 2012. Т. 21. № 6. С. 28–40.
42. Сазонов Б.А. Организация образовательного процесса: возможности индивидуализации обучения // Высшее образование в России. 2020. Т. 29. № 6. С. 35–50.
43. Сероштан М.В., Артамонова К.А., Акимова Г.З., Бережная Е.В., Сероштан Е.В. Российская аспирантура: проблемы и ключевые факторы развития в контексте глобальных трендов // Высшее образование в России. 2022. Т. 31. № 5. С. 46–66.
44. Скаткин М.Н. Методология и методика педагогических исследований. М.: Высшая школа, 1991.
45. Соколова Н.А. Предложения по оптимизации структуры системы высшего образования // Фундаментальные исследования. 2011. № 12-1. С. 58–62.

46. *Соколова Н.А.* Экспериментальные исследования вероятностно-статистическим методом поведения студентов в процессе усвоения знаний // *Современные проблемы науки и образования*. 2013. № 4. URL: <http://www.science-education.ru/110-9729> (дата обращения: 16.08.2024).

47. *Стивенс С.С.* Математика, измерение и психофизика // *Экспериментальная психология* / под ред. С.С. Стивенса. М., 1963. Т. 1.

48. *Суппес П., Зинес Дж.Л.* Основы теории измерений // *Психологические измерения*. М.: Мир, 1967. 196 с.

49. *Хренников А.Ю.* Моделирование процессов мышления в p -адических системах координат. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 296 с.

50. *Хьелл Зиглер Д.* Теория личности. 3-е изд. СПб.: Питер, 2010.

51. *Romanov V.P., Sokolova N.A.* Probabilistic-statistical method in pedagogics (part I): substantiation and mathematical modeling of students in process of learning // *European Journal of Natural History*. 2011. № 3. P. 64–66.

52. *Romanov V.P., Sokolova N.A.* Probabilistic-statistical method in pedagogics (part II): scaling and experimental research // *European Journal of Natural History*. 2011. № 3. P. 67–70.

53. *Romanov V.P., Shiryayeva N.A.* Comparative analysis of the possibilities of classical and non-classical probabilistic-statistical method in assessing the knowledge of students // *The scientific heritage*. 2021. Vol. 4. № 78. P. 51–58.

54. *Romanov V.P., Shiryayeva N.A.* Comparative analysis of human behavior in the process of activity and behavior of quantum object // *European Journal of Natural History*. 2018. № 3. P. 77–80.

55. *Romanov V.P., Shiryayeva N.A.* Modeling of distribution functions identifying students in the process of learning // *European Journal of Natural History*. 2020. № 4. P. 24–28.

56. *Romanov V.P., Shiryayeva N.A.* The influence of the measurement error of the student's knowledge assessment on modeling the distribution function identifying him in the process of assimilating knowledge // *European Journal of Natural History*. 2021. № 2. P. 36–40.

57. *Romanov V.P., Shiryayeva N.A.* Assessment of the probability of assimilating the material of an academic discipline by a student // *The scientific heritage*. 2021. № 72. Vol. 4. P. 45–50.

58. *Romanov V.P., Shiryayeva N.A.* Theoretical studies of student behavior in the process of acquiring knowledge // *European Journal of Natural History*. 2024. № 5. P. 4–9.

59. *Stevens S.S.* On the theory of scales of measurement. *Science*. 1946. P. 667–680.

Научное издание

Романов Валерий Павлович
Ширяева Наталия Александровна

**ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКАЯ
МОДЕЛЬ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ**

Монография



Технический редактор Доронкина Е.Н.

Подписано в печать 24.03.2025.

Бумага офсетная.

Гарнитура Century Schoolbook.

Формат 60×84 1/16.

Печать трафаретная. Печ. л. 7.25.

Тираж 500 экз. Заказ № 01-25.

Отпечатано в типографии ИД «Академия Естествознания»,
440026, г. Пенза, ул. Лермонтова, 3